

Architecture d'un modèleur géométrique à base topologique d'objets discrets et méthodes de reconstruction en dimensions 2 et 3

Martine DEXET

5 décembre 2006

Directeur de thèse : Éric ANDRES
Laboratoire SIC, Université de Poitiers



Introduction

Géométrie discrète

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2
Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

Objet discret

- Composé de données discrètes (pixels, voxels, hypervoxels)



pixel



voxel

- Acquis (IRM, photo numérique, ...)
- Créé par assemblage de pixels/voxels (logiciel adapté)
- Obtenu par **discrétisation** d'un objet euclidien (méthode de discrétisation)

Introduction

Géométrie discrète

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

Objet discret

- Composé de données discrètes (pixels, voxels, hypervoxels)



pixel



voxel

- Acquis (IRM, photo numérique, ...)
- Créé par assemblage de pixels/voxels (logiciel adapté)
- Obtenu par **discrétisation** d'un objet euclidien (méthode de discrétisation)

Géométrie discrète

Fournit des outils permettant la manipulation et le traitement d'objets discrets

Introduction

Géométrie discrète vs Géométrie euclidienne

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Prémage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

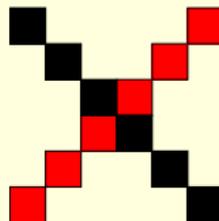
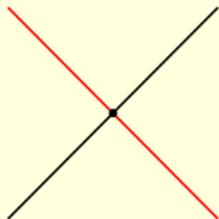
Dimension 2

Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

Lois **différentes** en géométrie euclidienne et en géométrie discrète



Introduction

Géométrie discrète vs Géométrie euclidienne

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Prémage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2
Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

Une opération : l'intersection



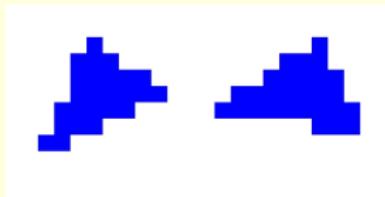
Monde discret



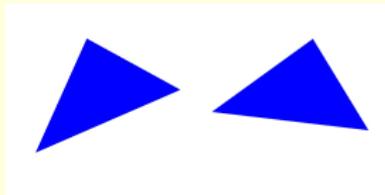
Monde euclidien

Plus simple en **discret**

Une autre opération : la rotation



Monde discret



Monde euclidien

Plus simple en **euclidien**

Introduction

Géométrie discrète vs Géométrie euclidienne

Une opération : l'intersection



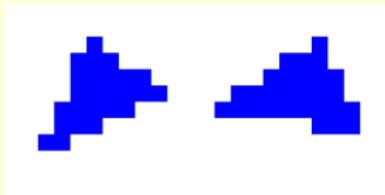
Monde discret



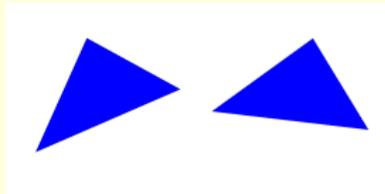
Monde euclidien

Plus simple en **discret**

Une autre opération : la rotation



Monde discret



Monde euclidien

Plus simple en **euclidien**

Intérêt de disposer des deux types de représentation

→ Pour une opération donnée : choix de la représentation la mieux adaptée

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modèleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

Introduction

Objectifs de cette thèse

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

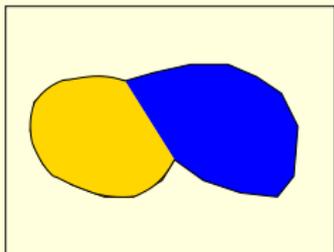
Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

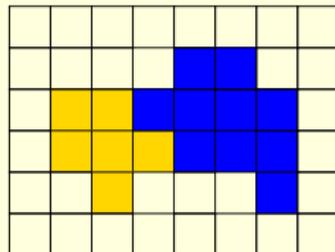
Conclusions et
perspectives

Un logiciel de modélisation géométrique d'objets discrets

- Création, importation, traitement d'objets 2D et 3D
- Objets représentés sous forme **euclidienne** (polygonale/polyédrique) et **discrète**



Représentation euclidienne



Représentation discrète

Introduction

Objectifs de cette thèse

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrètes

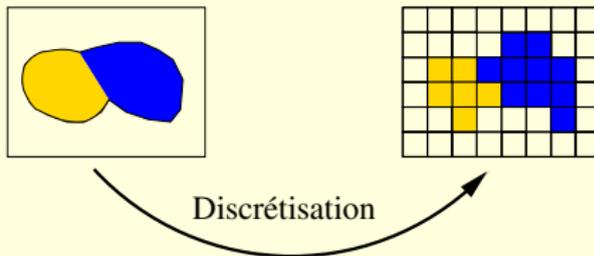
Dimension 2
Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrètes

Conclusions et
perspectives

Un logiciel de modélisation géométrique d'objets discrets

- Création, importation, traitement d'objets 2D et 3D
- Objets représentés sous forme **euclidienne** (polygonale/polyédrique) et **discrète**

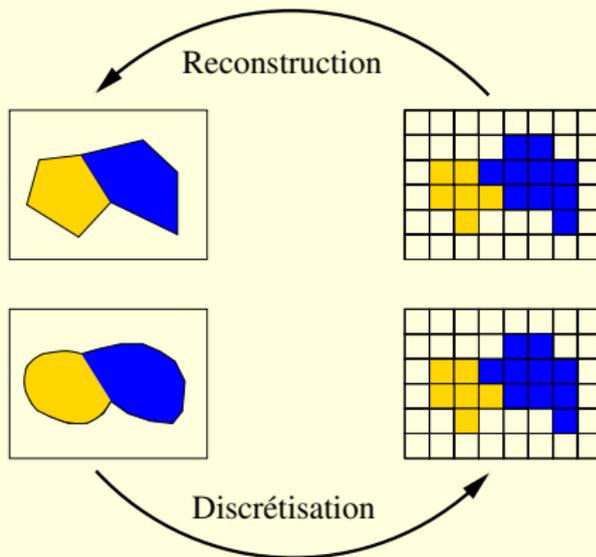


Introduction

Objectifs de cette thèse

Un logiciel de modélisation géométrique d'objets discrets

- Création, importation, traitement d'objets 2D et 3D
- Objets représentés sous forme **euclidienne** (polygonale/polyédrique) et **discrète**

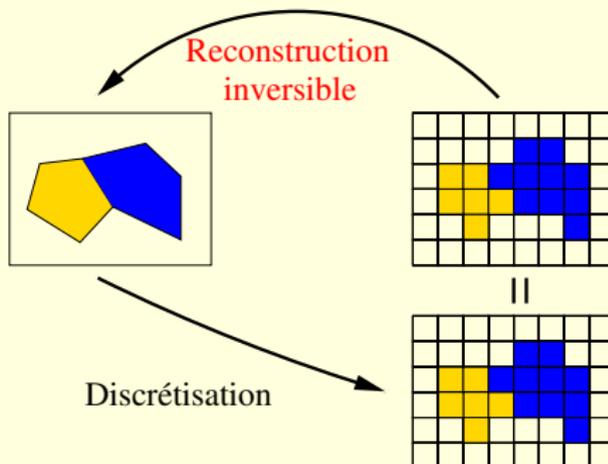


Introduction

Objectifs de cette thèse

Un logiciel de modélisation géométrique d'objets discrets

- Création, importation, traitement d'objets 2D et 3D
- Objets représentés sous forme **euclidienne** (polygonale/polyédrique) et **discrète**

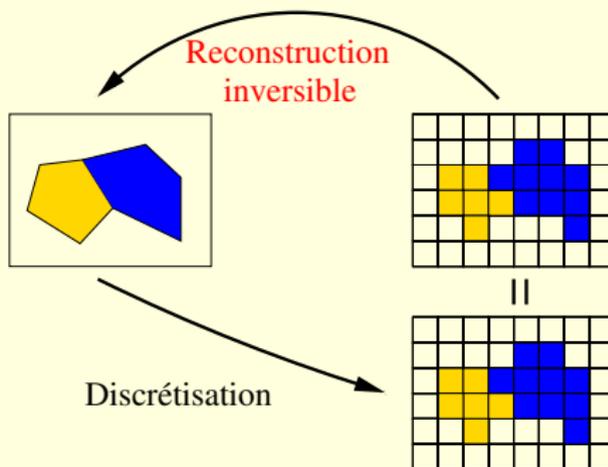


Introduction

Objectifs de cette thèse

Un logiciel de modélisation géométrique d'objets discrets

- Création, importation, traitement d'objets 2D et 3D
- Objets représentés sous forme **euclidienne** (polygonale/polyédrique) et **discrète**



Besoins

- Un modèle de discrétisation
- **Méthodes de reconstruction inversible**

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Prémage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2
Dimension 3

Un modèleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

Introduction

Besoins : un modèle de discrétisation

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

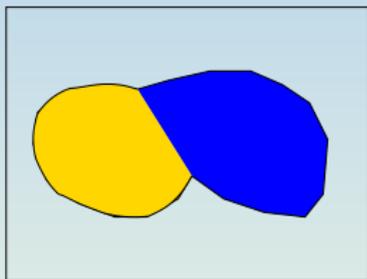
Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

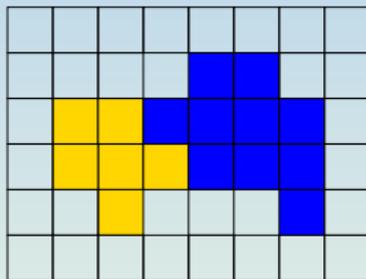
Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

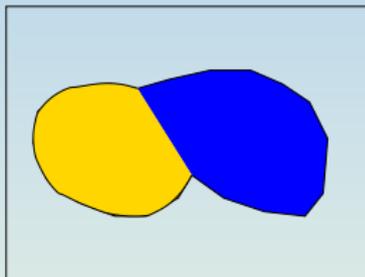


Représentation par bords
dans le domaine euclidien

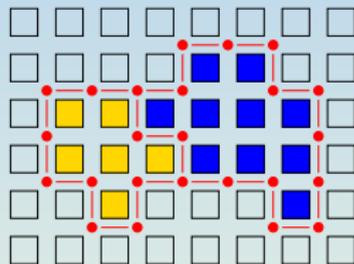


Introduction

Besoins : un modèle de discrétisation



Représentation par bords
dans le domaine euclidien



Représentation par bords
dans le domaine discret
Modèle inter-pixel

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

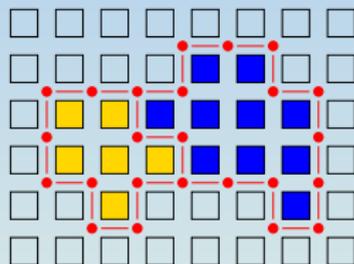
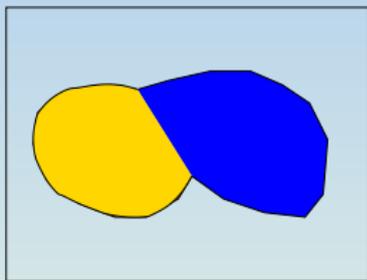
Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

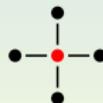
Conclusions et
perspectives

Introduction

Besoins : un modèle de discrétisation



Représentation par bords
dans le domaine discret
Modèle inter-pixel



1-connexe

Représentation par bords
dans le domaine euclidien

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

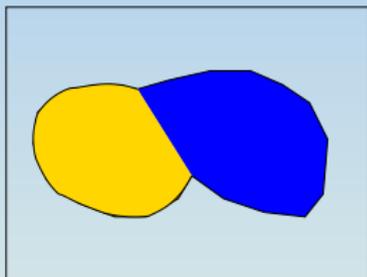
Dimension 3

Un modèleur
géométrique
d'objets discrets

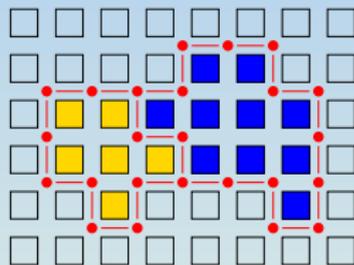
Conclusions et
perspectives

Introduction

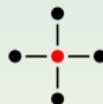
Besoins : un modèle de discrétisation



Représentation par bords
dans le domaine euclidien



Représentation par bords
dans le domaine discret
Modèle inter-pixel



1-connexe
 $(n - 1)$ -connexe (dimension n)

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

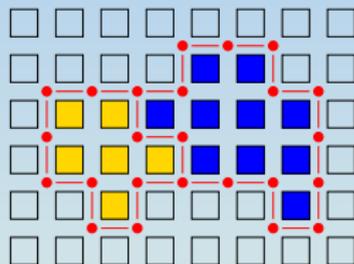
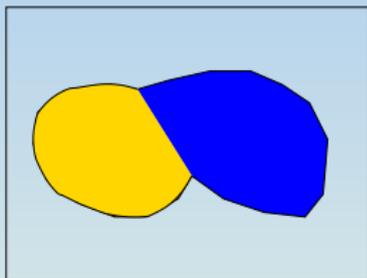
Dimension 2
Dimension 3

Un modèleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

Introduction

Besoins : un modèle de discrétisation



Représentation par bords
dans le domaine discret
Modèle inter-pixel



1-connexe

$(n - 1)$ -connexe (dimension n)

Représentation par bords
dans le domaine euclidien

→ Modèle de discrétisation **Standard**

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Prémage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2
Dimension 3

Un modèleur
géométrique
d'objets discrets

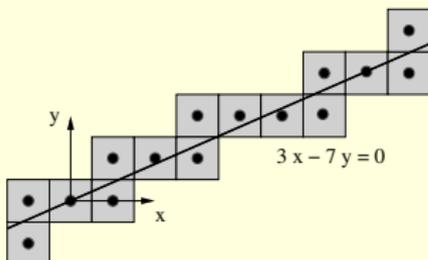
Conclusions et
perspectives

Introduction

Le modèle Standard (Andres - 2000)

- Modèle de discrétisation analytique
- Défini en dimension n
- Discrétisation $(n - 1)$ -connexe d'objets linéaires

Exemple (Droite Standard 2D)



ANDRES E.

Modélisation analytique discrète d'objets géométriques

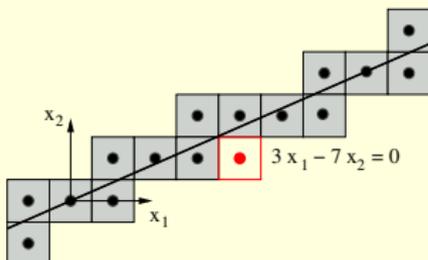
Thèse d'habilitation, Université de Poitiers, Poitiers, France, 2000

Introduction

Le modèle Standard (Andres - 2000)

- Modèle de discrétisation analytique
- Défini en dimension n
- Discrétisation $(n - 1)$ -connexe d'objets linéaires

Exemple (Droite Standard 2D)



**Ensemble des pixels
coupés par la droite**



ANDRES E.

Modélisation analytique discrète d'objets géométriques

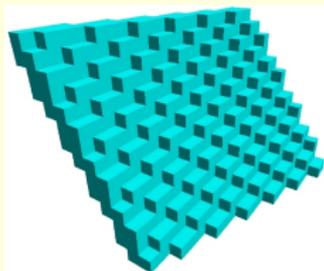
Thèse d'habilitation, Université de Poitiers, Poitiers, France, 2000

Introduction

Le modèle Standard (Andres - 2000)

- Modèle de discrétisation analytique
- Défini en dimension n
- Discrétisation $(n - 1)$ -connexe d'objets linéaires

Exemple (Plan Standard)



**Ensemble des voxels
coupés par le plan**



ANDRES E.

Modélisation analytique discrète d'objets géométriques

Thèse d'habilitation, Université de Poitiers, Poitiers, France, 2000

Introduction

Le modèle Standard (Andres - 2000)

- Modèle de discrétisation analytique
- Défini en dimension n
- Discrétisation $(n - 1)$ -connexe d'objets linéaires

Définition (Hyperplan Standard)

L'hyperplan Standard de **paramètres** $(c_0, \dots, c_n) \in \mathbb{R}^{n+1}$ est l'ensemble de **points discrets** $(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{Z}^n$ vérifiant

$$-\frac{\sum_{i=1}^n |c_i|}{2} \leq c_0 + \sum_{i=1}^n c_i x_i < \frac{\sum_{i=1}^n |c_i|}{2}$$



ANDRES E.

Modélisation analytique discrète d'objets géométriques

Thèse d'habilitation, Université de Poitiers, Poitiers, France, 2000

Introduction

Méthodes de reconstruction

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Prémimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

Reconstruction de données discrètes

Comment obtenir une représentation euclidienne de données discrètes ?

Introduction

Méthodes de reconstruction

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

Reconstruction de données discrètes

Comment obtenir une représentation euclidienne de données discrètes ?

Approches classiques (étude des configurations locales de pixels/voxels)

- Marching Cubes (Lorenson, Cline - 1987) en 3D
- Marching Squares en 2D
- **Nombre de facettes (segments) très important**
→ Méthodes de simplification



LORENSEN W. E., CLINE H. E.

Marching cubes : a high resolution 3D surface construction algorithm
SIGGRAPH, Computer Graphics (ACM), 21, pp. 163-169, Anaheim, USA, 1987

Introduction

Méthodes de reconstruction

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

Reconstruction de données discrètes

Comment obtenir une représentation euclidienne de données discrètes ?

Approches classiques (étude des configurations locales de pixels/voxels)

- Marching Cubes (Lorenson, Cline - 1987) en 3D
- Marching Squares en 2D
- **Nombre de facettes (segments) très important**
→ Méthodes de simplification



LORENSEN W. E., CLINE H. E.

Marching cubes : a high resolution 3D surface construction algorithm
SIGGRAPH, Computer Graphics (ACM), 21, pp. 163-169, Anaheim, USA, 1987

Approche en géométrie discrète

- **Reconstruction analytique discrète**

Introduction

Méthodes de reconstruction

Reconstruction de données discrètes

Comment obtenir une représentation euclidienne de données discrètes ?

Approches classiques (étude des configurations locales de pixels/voxels)

- Marching Cubes (Lorenson, Cline - 1987) en 3D
- Marching Squares en 2D
- **Nombre de facettes (segments) très important**
→ Méthodes de simplification



LORENSEN W. E., CLINE H. E.

Marching cubes : a high resolution 3D surface construction algorithm
SIGGRAPH, Computer Graphics (ACM), 21, pp. 163-169, Anaheim, USA, 1987

Approche en géométrie discrète

- **Reconstruction analytique discrète**
 - Décomposition en morceaux d'hyperplans discrets (**reconnaissance**)

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modèleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

Introduction

Méthodes de reconstruction

Reconstruction de données discrètes

Comment obtenir une représentation euclidienne de données discrètes ?

Approches classiques (étude des configurations locales de pixels/voxels)

- Marching Cubes (Lorenson, Cline - 1987) en 3D
- Marching Squares en 2D
- **Nombre de facettes (segments) très important**
→ Méthodes de simplification



LORENSEN W. E., CLINE H. E.

Marching cubes : a high resolution 3D surface construction algorithm
SIGGRAPH, Computer Graphics (ACM), 21, pp. 163-169, Anaheim, USA, 1987

Approche en géométrie discrète

- **Reconstruction analytique discrète**
 - Décomposition en morceaux d'hyperplans discrets (**reconnaissance**)
 - Remplacement par des objets euclidiens

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modèleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

Introduction

Méthodes de reconstruction

Reconstruction de données discrètes

Comment obtenir une représentation euclidienne de données discrètes ?

Approches classiques (étude des configurations locales de pixels/voxels)

- Marching Cubes (Lorenson, Cline - 1987) en 3D
- Marching Squares en 2D
- **Nombre de facettes (segments) très important**
→ Méthodes de simplification



LORENSEN W. E., CLINE H. E.

Marching cubes : a high resolution 3D surface construction algorithm
SIGGRAPH, Computer Graphics (ACM), 21, pp. 163-169, Anaheim, USA, 1987

Approche en géométrie discrète

- **Reconstruction analytique discrète**
 - Décomposition en morceaux d'hyperplans discrets (**reconnaissance**)
 - Remplacement par des objets euclidiens

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modèleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

Plan de la présentation

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

- 1 Reconnaissance de primitives discrètes
- 2 Reconstruction analytique inversible de courbes et volumes discrets
- 3 Un modeleur géométrique d'objets discrets
- 4 Conclusions et perspectives

Plan de la présentation

Reconnaissance de primitives discrètes

Dual d'un hypervoxel

Préimage généralisée

Reconnaissance Standard

Reconstruction analytique inversible de courbes et volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modeleur géométrique d'objets discrets

Conclusions et perspectives

- 1 Reconnaissance de primitives discrètes
- 2 Reconstruction analytique inversible de courbes et volumes discrets
- 3 Un modeleur géométrique d'objets discrets
- 4 Conclusions et perspectives

Reconnaissance en géométrie discrète

Cas des hyperplans discrets

Reconnaissance de primitives discrètes

Dual d'un hypervoxel

Prémimage généralisée

Reconnaissance Standard

Reconstruction analytique inversible de courbes et volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modèleur géométrique d'objets discrets

Conclusions et perspectives

Reconnaissance en géométrie discrète

Cas des hyperplans discrets

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2
Dimension 3

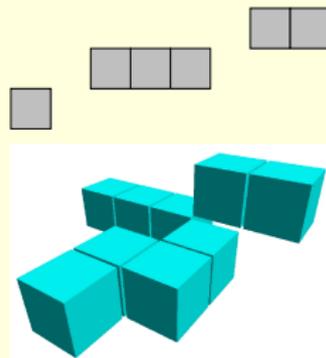
Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

Problème

■ Soit \mathcal{H} un ensemble d'hypervoxels :

- 1 Existe-t-il des hyperplans discrets qui contiennent \mathcal{H} ?
- 2 Quels sont leurs paramètres ?



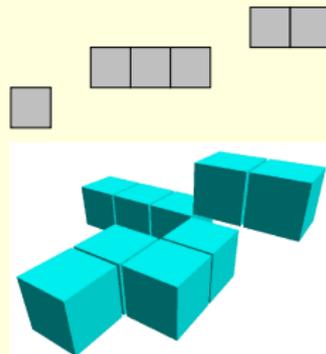
Reconnaissance en géométrie discrète

Cas des hyperplans discrets

Problème

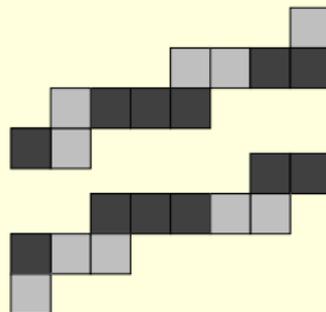
- Soit \mathcal{H} un ensemble d'hypervoxeles :

- 1 Existe-t-il des hyperplans discrets qui contiennent \mathcal{H} ?
- 2 Quels sont leurs paramètres ?



Notre objectif

- Un algorithme de reconnaissance d'hyperplans discrets
 - Hyperplans **Standard**
 - Fournit les paramètres de tous les hyperplans solutions



Reconnaissance en géométrie discrète

Méthodes existantes

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modèleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

- Proposées principalement en dimensions 2 et 3
- Algorithmes incrémentaux ou non incrémentaux
- Dépendants ou non de la position des hypervoxels dans l'espace
- Dépendants ou non de l'ordre d'ajout des hypervoxels

Problèmes résolus

- Décision simple
- Identification des paramètres
 - Paramètres d'un seul hyperplan solution [Debled-Rennesson, Reveillès - 1995]
 - Paramètres de tous les hyperplans solutions (algorithmes basés sur le calcul d'une *préimage*)



DEBLED-RENNESON I., REVEILLÈS J.-P.

A linear algorithm for segmentation of digital curves

International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 9(6), pp. 635-662, 1995

Reconnaissance en géométrie discrète

Méthodes existantes

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modèleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

- Proposées principalement en dimensions 2 et 3
- Algorithmes incrémentaux ou non incrémentaux
- Dépendants ou non de la position des hypervoxels dans l'espace
- Dépendants ou non de l'ordre d'ajout des hypervoxels

Problèmes résolus

- Décision simple
- Identification des paramètres
 - Paramètres d'un seul hyperplan solution [Debled-Rennesson, Reveillès - 1995]
 - Paramètres de tous les hyperplans solutions (algorithmes basés sur le calcul d'une préimage)



DEBLED-RENNESON I., REVEILLÈS J.-P.

A linear algorithm for segmentation of digital curves

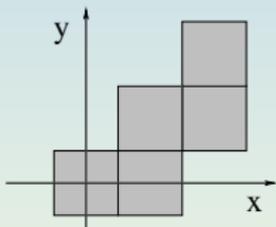
International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 9(6), pp. 635-662, 1995

Reconnaissance en géométrie discrète

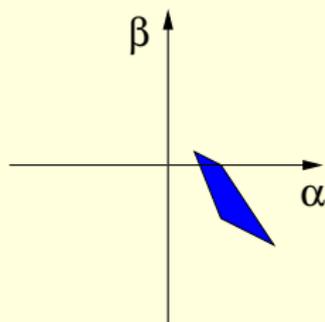
Algorithmes basés sur le calcul d'une préimage

Définition (Préimage "classique" d'un ensemble de pixels)

Ensemble des paramètres (α, β) des droites euclidiennes d'équations $y = \alpha x + \beta$ dont la discrétisation Standard contient les pixels donnés.



Préimage



Espace des paramètres



DORST L., SMEULDERS A. W. M.

Discrete representation of straight lines

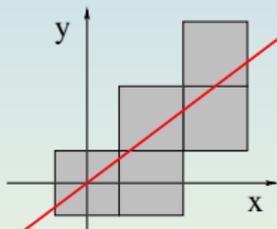
IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 6(4), pp. 450-463, 1984

Reconnaissance en géométrie discrète

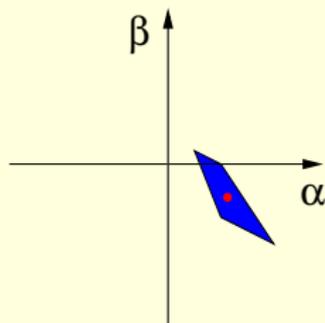
Algorithmes basés sur le calcul d'une préimage

Définition (Préimage "classique" d'un ensemble de pixels)

Ensemble des paramètres (α, β) des droites euclidiennes d'équations $y = \alpha x + \beta$ dont la discrétisation Standard contient les pixels donnés.



Préimage



Espace des paramètres



DORST L., SMEULDERS A. W. M.

Discrete representation of straight lines

IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 6(4), pp. 450-463, 1984

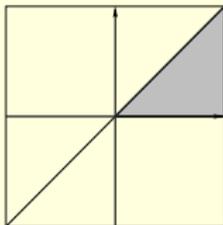
Reconnaissance en géométrie discrète

Algorithmes basés sur le calcul d'une préimage

Définition (Préimage "classique" d'un ensemble de pixels)

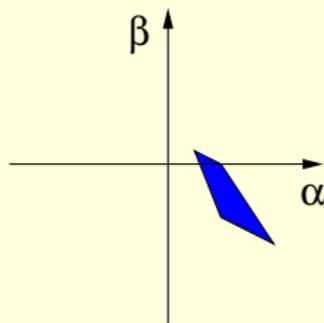
Ensemble des paramètres (α, β) des droites euclidiennes d'équations $y = \alpha x + \beta$ dont la discrétisation Standard contient les pixels donnés.

Inconvénient



Définie pour les droites du premier octant

Préimage



Espace des paramètres



DORST L., SMEULDERS A. W. M.

Discrete representation of straight lines

IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 6(4), pp. 450-463, 1984

Reconnaissance en géométrie discrète

Algorithmes basés sur le calcul d'une préimage

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2
Dimension 3

Un modèleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

- Proposés en dimensions 2 et 3
- Incrémentaux
- Indépendants de l'ordre d'ajout des hypervoxels
- Complexités (k = nombre d'hypervoxels) :
 - $O(k \log^2 k)$ [Cœurjolly - 2002]
 - $O(k^3 \log k)$ [Vittone, Chassery - 2000]



CŒURJOLLY D.

Algorithmique et géométrie discrète pour la caractérisation des courbes et des surfaces
Thèse de Doctorat, Université Lumière Lyon 2, Lyon, France, 2002



VITTONÉ J., CHASSÉRY J.-M.

Recognition of Digital Naive Planes and Polyhedrization
Discrete Geometry for Computer Imagery, LNCS 1953, pp. 296-307, Uppsala, Sweden, 2000

Reconnaissance en géométrie discrète

Notre approche

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

Une nouvelle préimage

- Hyperplans Standard
- Indépendante de la position des hypervoxels

Idée

- Représenter l'ensemble des hyperplans coupant un hypervoxel (**dual** d'un hypervoxel)
- En déduire l'ensemble des hyperplans coupant plusieurs hypervoxels (**préimage généralisée**)

Dual d'un hypervoxel

Définition

Deux transformations

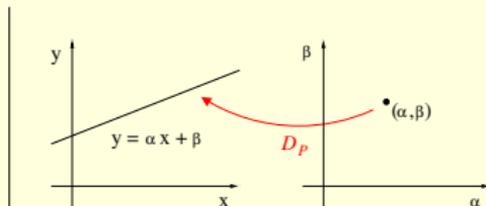
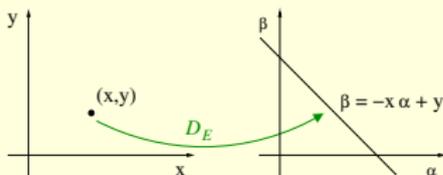
Espace euclidien

Espace des paramètres

$$D_E : (x_1, \dots, x_n) \xrightarrow{\quad} Y_n = -\sum_{i=1}^{n-1} x_i Y_i + x_n$$

$$D_P : X_n = \sum_{i=1}^{n-1} y_i X_i + y_n \xleftarrow{\quad} (y_1, \dots, y_n)$$

Exemple en dimension 2



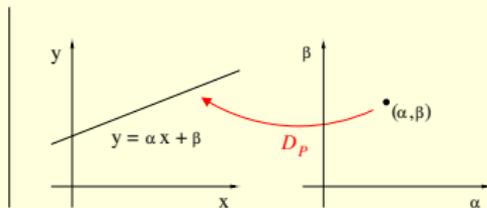
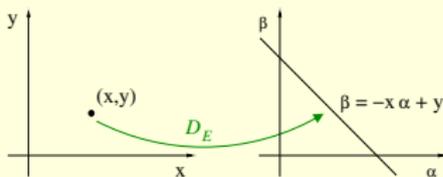
Dual d'un hypervoxel

Définition

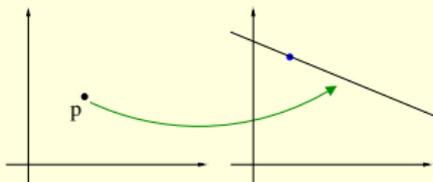
Deux transformations

	Espace euclidien		Espace des paramètres
$D_E :$	(x_1, \dots, x_n)	\rightarrow	$Y_n = -\sum_{i=1}^{n-1} x_i Y_i + x_n$
$D_P :$	$X_n = \sum_{i=1}^{n-1} y_i X_i + y_n$	\leftarrow	(y_1, \dots, y_n)

Exemple en dimension 2



Propriété



Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2
Dimension 3

Un modèleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

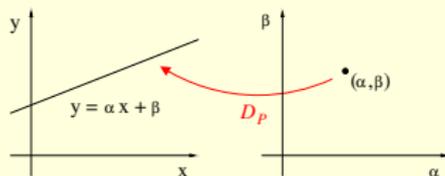
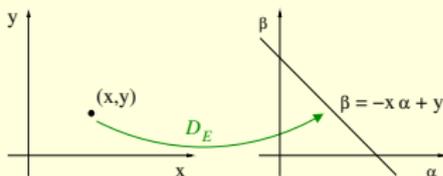
Dual d'un hypervoxel

Définition

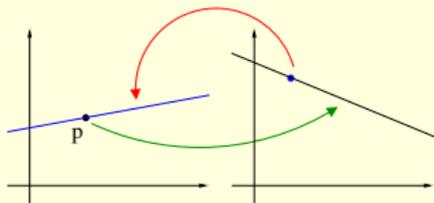
Deux transformations

	Espace euclidien		Espace des paramètres
$D_E :$	(x_1, \dots, x_n)	\longrightarrow	$Y_n = -\sum_{i=1}^{n-1} x_i Y_i + x_n$
$D_P :$	$X_n = \sum_{i=1}^{n-1} y_i X_i + y_n$	\longleftarrow	(y_1, \dots, y_n)

Exemple en dimension 2



Propriété



Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2
Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

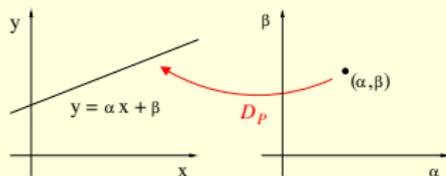
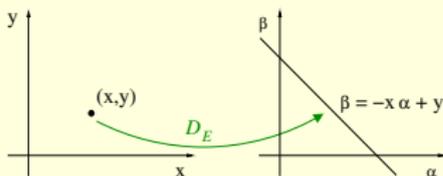
Dual d'un hypervoxel

Définition

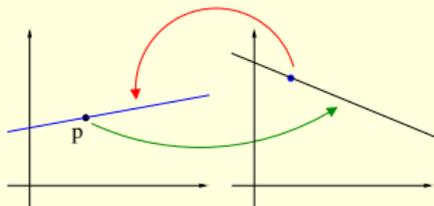
Deux transformations

	Espace euclidien		Espace des paramètres
$D_E :$	(x_1, \dots, x_n)	\rightarrow	$Y_n = -\sum_{i=1}^{n-1} x_i Y_i + x_n$
$D_P :$	$X_n = \sum_{i=1}^{n-1} y_i X_i + y_n$	\leftarrow	(y_1, \dots, y_n)

Exemple en dimension 2



Propriété



Dual d'un point p

$$Dual(p) = D_E(p)$$

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2
Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

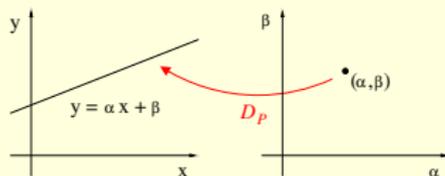
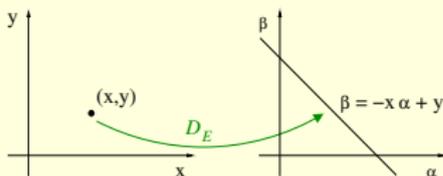
Dual d'un hypervoxel

Définition

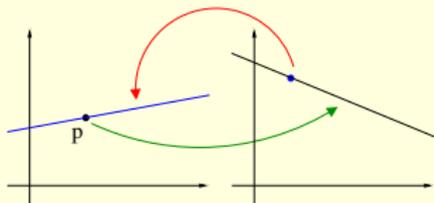
Deux transformations

	Espace euclidien		Espace des paramètres
$D_E :$	(x_1, \dots, x_n)	\longrightarrow	$Y_n = -\sum_{i=1}^{n-1} x_i Y_i + x_n$
$D_P :$	$X_n = \sum_{i=1}^{n-1} y_i X_i + y_n$	\longleftarrow	(y_1, \dots, y_n)

Exemple en dimension 2



Propriété



Dual d'un hypervoxel H

$$Dual(H) = \bigcup_{p \in H} Dual(p)$$

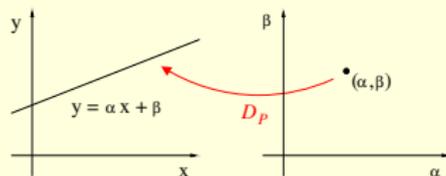
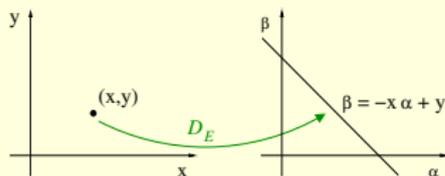
Dual d'un hypervoxel

Définition

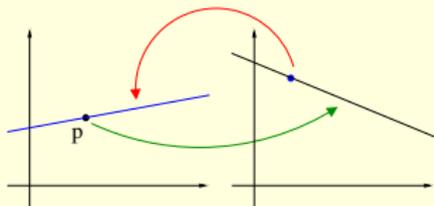
Deux transformations

	Espace euclidien		Espace des paramètres
$D_E :$	(x_1, \dots, x_n)	\rightarrow	$Y_n = -\sum_{i=1}^{n-1} x_i Y_i + x_n$
$D_P :$	$X_n = \sum_{i=1}^{n-1} y_i X_i + y_n$	\leftarrow	(y_1, \dots, y_n)

Exemple en dimension 2



Propriété



Dual d'un polytope P

$$Dual(P) = \bigcup_{p \in P} Dual(p)$$

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2
Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

Dual d'un hypervoxel

Définition

Deux transformations

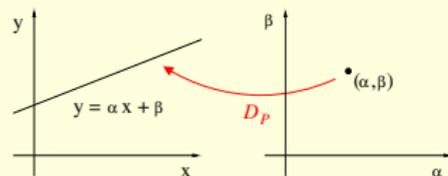
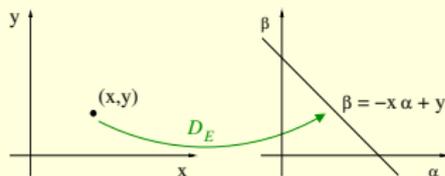
Espace euclidien

Espace des paramètres

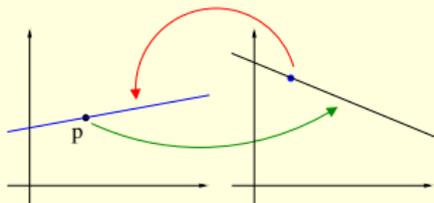
$$D_E : (x_1, \dots, x_n) \longrightarrow Y_n = -\sum_{i=1}^{n-1} x_i Y_i + x_n$$

$$D_P : X_n = \sum_{i=1}^{n-1} y_i X_i + y_n \longleftarrow (y_1, \dots, y_n)$$

Exemple en dimension 2



Propriété



Dual d'un polytope P

$$Dual(P) = \bigcup_{p \in P} Dual(p)$$

Calcul ?

Reconnaissance de primitives discrètes

Dual d'un hypervoxel

Préimage généralisée

Reconnaissance Standard

Reconstruction analytique inversible de courbes et volumes discrets

Dimension 2
Dimension 3

Un modèleur géométrique d'objets discrets

Conclusions et perspectives

Dual d'un polytope

Description à partir de ses sommets

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

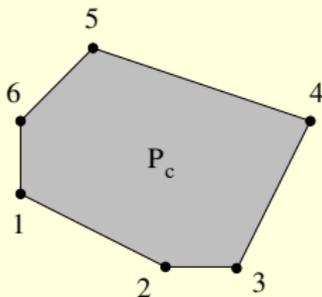
Dimension 2
Dimension 3

Un modèleur
géométrique
d'objets discrets

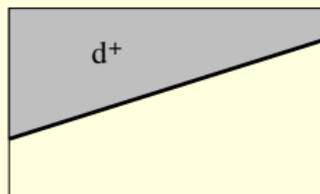
Conclusions et
perspectives

Deux ensembles de sommets

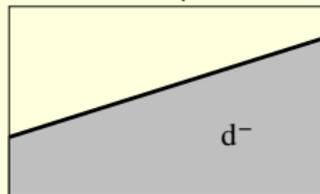
- S^- : sommets inférieurs
(1, 2, 3 et 4)
- S^+ : Sommets supérieurs
(4, 5 et 6)



Extrusions d'un hyperplan



Extrusion positive



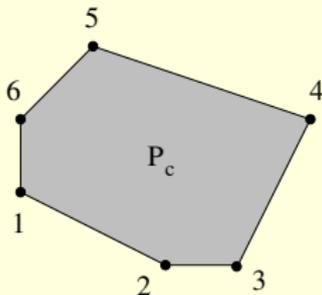
Extrusion négative

Dual d'un polytope

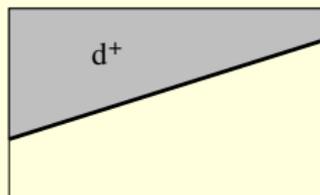
Description à partir de ses sommets

Deux ensembles de sommets

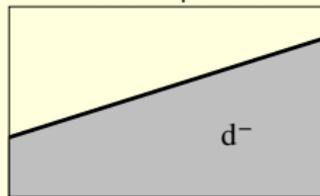
- S^- : sommets inférieurs (1, 2, 3 et 4)
- S^+ : Sommets supérieurs (4, 5 et 6)



Extrusions d'un hyperplan



Extrusion positive



Extrusion négative

Théorème (Dual d'un polytope)

$$Dual(P) = \left[\bigcup_{s \in S^-} Dual(s)^+ \right] \cap \left[\bigcup_{s \in S^+} Dual(s)^- \right]$$

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Prémage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modèleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

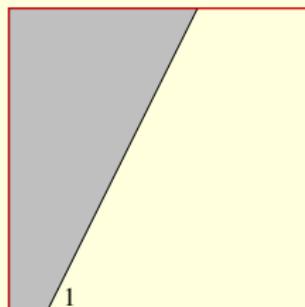
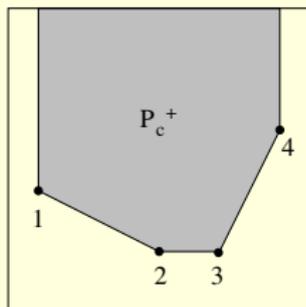
Dual d'un polytope

Description à partir de ses sommets

Théorème (Dual d'un polytope)

$$\text{Dual}(P) = \left[\bigcup_{s \in S^-} \text{Dual}(s)^+ \right] \cap \left[\bigcup_{s \in S^+} \text{Dual}(s)^- \right]$$

Exemple



Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2
Dimension 3

Un modèleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

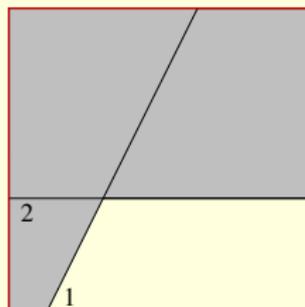
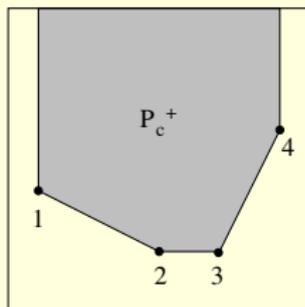
Dual d'un polytope

Description à partir de ses sommets

Théorème (Dual d'un polytope)

$$\text{Dual}(P) = \left[\bigcup_{s \in S^-} \text{Dual}(s)^+ \right] \cap \left[\bigcup_{s \in S^+} \text{Dual}(s)^- \right]$$

Exemple



Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2
Dimension 3

Un modèleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

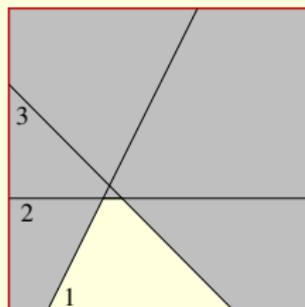
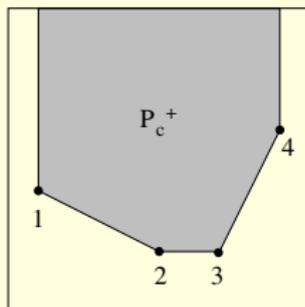
Dual d'un polytope

Description à partir de ses sommets

Théorème (Dual d'un polytope)

$$\text{Dual}(P) = \left[\bigcup_{s \in S^-} \text{Dual}(s)^+ \right] \cap \left[\bigcup_{s \in S^+} \text{Dual}(s)^- \right]$$

Exemple



Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2
Dimension 3

Un modèleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

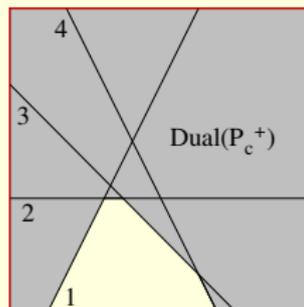
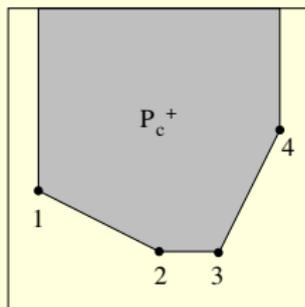
Dual d'un polytope

Description à partir de ses sommets

Théorème (Dual d'un polytope)

$$\text{Dual}(P) = \left[\bigcup_{s \in S^-} \text{Dual}(s)^+ \right] \cap \left[\bigcup_{s \in S^+} \text{Dual}(s)^- \right]$$

Exemple



Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2
Dimension 3

Un modèleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

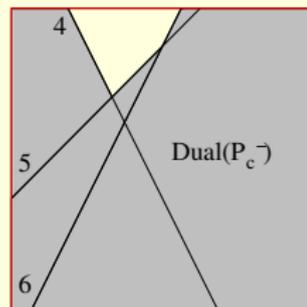
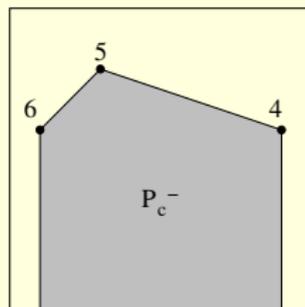
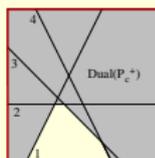
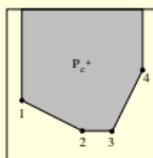
Dual d'un polytope

Description à partir de ses sommets

Théorème (Dual d'un polytope)

$$Dual(P) = \left[\bigcup_{s \in S^-} Dual(s)^+ \right] \cap \left[\bigcup_{s \in S^+} Dual(s)^- \right]$$

Exemple



Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modèleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

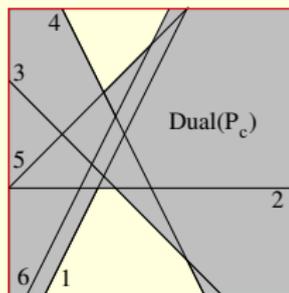
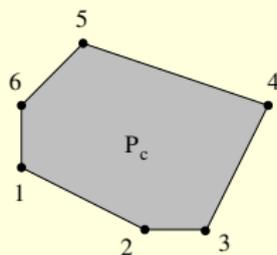
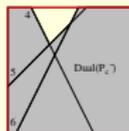
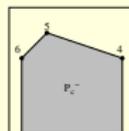
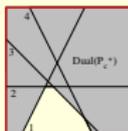
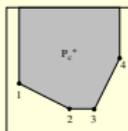
Dual d'un polytope

Description à partir de ses sommets

Théorème (Dual d'un polytope)

$$Dual(P) = \left[\bigcup_{s \in S^-} Dual(s)^+ \right] \cap \left[\bigcup_{s \in S^+} Dual(s)^- \right]$$

Exemple



Reconnaissance de primitives discrètes

Dual d'un hypervoxel

Prémage généralisée

Reconnaissance Standard

Reconstruction analytique inversible de courbes et volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modeleur géométrique d'objets discrets

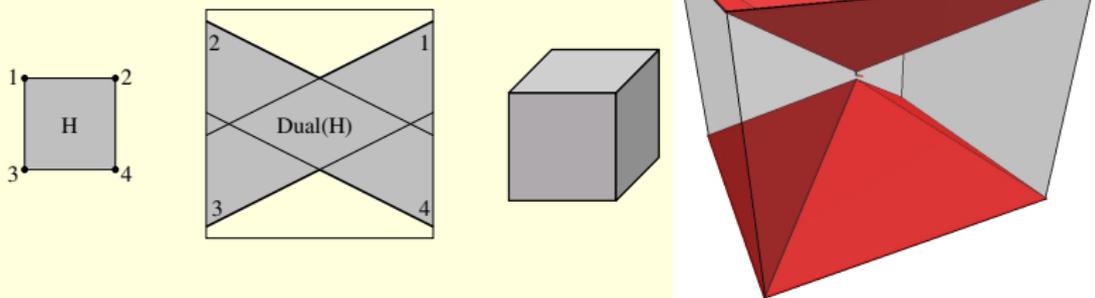
Conclusions et perspectives

Dual d'un hypervoxel

Décomposition en union de convexes

Théorème (Dual d'un hypervoxel)

$$Dual(H) = \left[\bigcup_{s \in \mathcal{S}_-} Dual(s)^+ \right] \cap \left[\bigcup_{s \in \mathcal{S}_+} Dual(s)^- \right]$$



Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2
Dimension 3

Un modèleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

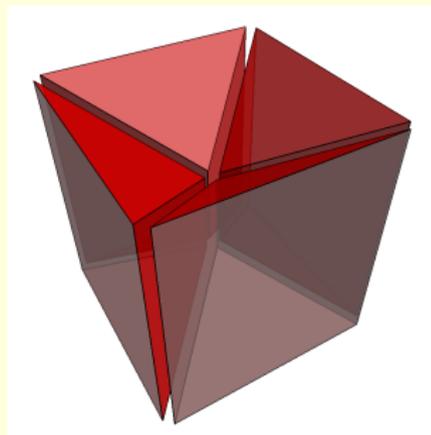
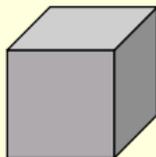
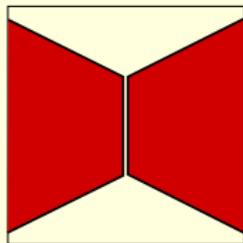
Dual d'un hypervoxel

Décomposition en union de convexes

Théorème (Dual d'un hypervoxel)

$$Dual(H) = \left[\bigcup_{s \in \mathcal{S}_-} Dual(s)^+ \right] \cap \left[\bigcup_{s \in \mathcal{S}_+} Dual(s)^- \right]$$

Décomposition possible : union de 2^{n-1} objets convexes



Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Prémimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modèleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

La notion de préimage généralisée

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

**Préimage
généralisée**

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

Définition (Préimage généralisée)

Soit $\mathcal{H} = (H_1, \dots, H_k)$ un ensemble de k hypervoxels. La **préimage généralisée** \mathbb{G}_P de \mathcal{H} est définie par :

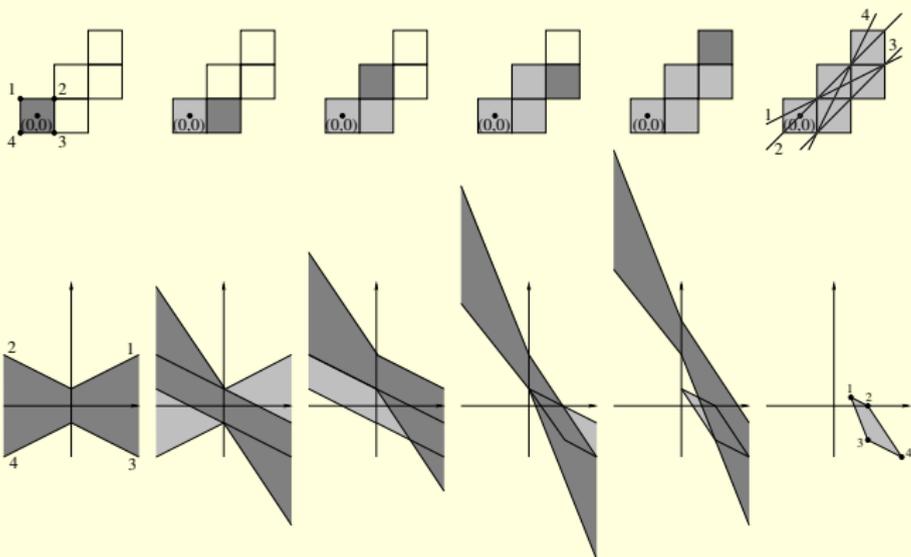
$$\mathbb{G}_P(\mathcal{H}) = \bigcap_{i=1}^k \text{Dual}(H_i)$$

La notion de préimage généralisée

Définition (Préimage généralisée)

$$\mathbb{G}_P(\mathcal{H}) = \bigcap_{i=1}^k \text{Dual}(H_i)$$

Exemple (Préimage généralisée d'un ensemble de pixels)



Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

**Préimage
généralisée**

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2
Dimension 3

Un modèleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

La notion de préimage généralisée

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

**Préimage
généralisée**

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2
Dimension 3

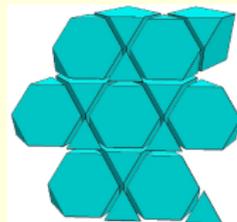
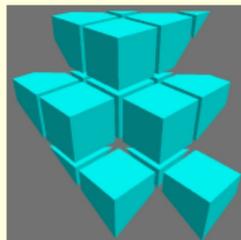
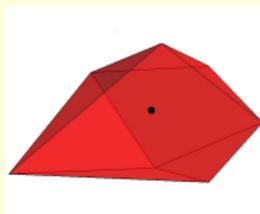
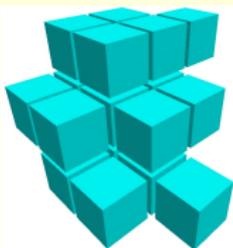
Un modèleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

Définition (Préimage généralisée)

$$\mathbb{G}_P(\mathcal{H}) = \bigcap_{i=1}^k \text{Dual}(H_i)$$

Exemple (Préimage généralisée d'un ensemble de voxels)



Reconnaissance d'hyperplans Standard

Algorithme

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

**Reconnaissance
Standard**

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2
Dimension 3

Un modèleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

Algorithme de reconnaissance

Données : Un ensemble \mathcal{H} de k hypervoxels H_1, \dots, H_k .
début

Reconnaissance d'hyperplans Standard

Algorithme

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2
Dimension 3

Un modèleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

Algorithme de reconnaissance

Données : Un ensemble \mathcal{H} de k hypervoxels H_1, \dots, H_k .

début

$\mathbb{G}_P \leftarrow Dual(H_1);$

$i \leftarrow 2;$

Ajout du premier hypervoxel

Reconnaissance d'hyperplans Standard

Algorithme

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modéleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

Algorithme de reconnaissance

Données : Un ensemble \mathcal{H} de k hypervoxels H_1, \dots, H_k .

début

$\mathbb{G}_P \leftarrow Dual(H_1);$

Ajout du premier hypervoxel

$i \leftarrow 2;$

tant que $\mathbb{G}_P \neq \emptyset$ **et** $i \leq k$ **faire**

Processus de reconnaissance

$\mathbb{G}_P \leftarrow \mathbb{G}_P \cap Dual(H_i);$

$i \leftarrow i + 1;$

Reconnaissance d'hyperplans Standard

Algorithme

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

Algorithme de reconnaissance

Données : Un ensemble \mathcal{H} de k hypervoxels H_1, \dots, H_k .

début

$\mathbb{G}_P \leftarrow Dual(H_1);$

Ajout du premier hypervoxel

$i \leftarrow 2;$

tant que $\mathbb{G}_P \neq \emptyset$ **et** $i \leq k$ **faire**

Processus de reconnaissance

$\mathbb{G}_P \leftarrow \mathbb{G}_P \cap Dual(H_i);$

$i \leftarrow i + 1;$

si $\mathbb{G}_P \neq \emptyset$ **alors**

Réponse au problème

\mathcal{H} est contenu dans un hyperplan Standard.

\mathbb{G}_P fournit tous les hyperplans solutions.

sinon

\mathcal{H} n'est pas contenu dans un hyperplan Standard.

fin

Reconnaissance d'hyperplans Standard

Éléments de complexité

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modèleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

Préimage généralisée de pixels ordonnés 1-connexes

- Préimage constituée de 3 ou 4 arêtes

→ **Complexité linéaire en le nombre de pixels**

Préimage généralisée en dimension quelconque

- Hypervoxels non nécessairement ordonnés
- Aucune contrainte de connexité

→ **Complexité (pire cas) : $\mathcal{O}(k^2)$ (k = nombre d'hypervoxels)**

Reconnaissance de primitives discrètes

Bilan

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2
Dimension 3

Un modèleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

Préimage généralisée de polytopes

- Définition constructive
- Dual d'un polytope (espace des paramètres)
- Fournit tous les hyperplans coupant les polytopes

Reconnaissance de primitives discrètes

Bilan

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

Préimage généralisée de polytopes

- Définition constructive
- Dual d'un polytope (espace des paramètres)
- Fournit tous les hyperplans coupant les polytopes

Algorithme de reconnaissance d'hyperplans Standard

- Calcul de la préimage généralisée d'hypervoxels
- Fournit tous les hyperplans solutions
- Incrémental, indépendant de la position et de l'ordre d'ajout des hypervoxels
- Complexité linéaire dans le cas de pixels ordonnés 1-connexes



DEXET M., ANDRES E.

A Generalized Preimage for the Standard and Supercover Digital Hyperplane Recognition
Discrete Geometry for Computer Imagery, LNCS 4245, pp. 639-650, Szeged, Hungary, 2006

Plan de la présentation

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

- 1 Reconnaissance de primitives discrètes
- 2 Reconstruction analytique inversible de courbes et volumes discrets
- 3 Un modeleur géométrique d'objets discrets
- 4 Conclusions et perspectives

Plan de la présentation

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

1 Reconnaissance de primitives discrètes

2 Reconstruction analytique inversible de courbes et volumes discrets

■ Dimension 2

■ Dimension 3

3 Un modeleur géométrique d'objets discrets

4 Conclusions et perspectives

Reconstruction analytique inversible de courbes 1-connexes

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Prémage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

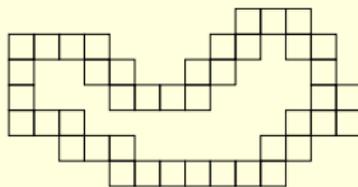
Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

Objectif

- Un algorithme de reconstruction analytique
 - Courbes 1-connexes

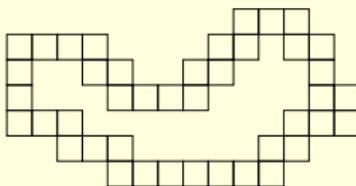


- Inversible (modèle Standard)
- Minimise le nombre de segments euclidiens

Reconstruction analytique inversible de courbes 1-connexes

Objectif

- Un algorithme de reconstruction analytique
 - Courbes 1-connexes



- Inversible (modèle Standard)
- Minimise le nombre de segments euclidiens

Méthodes existantes

- 2 algorithmes proposées par R. Breton (2003)
 - Méthode avec joints
 - Méthode sans joint
 - Algorithme de reconnaissance basé sur la préimage classique



BRETON R.

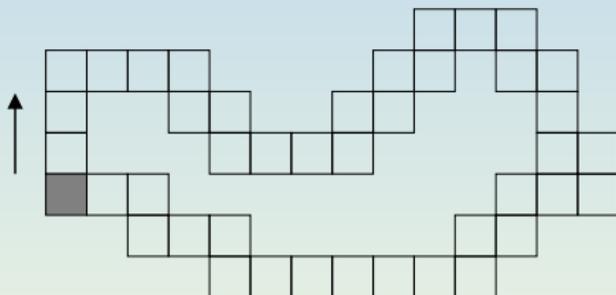
Reconstruction inversible d'objets discrets 2D

Thèse de Doctorat, Université de Poitiers, Poitiers, France, 2003

Reconstruction analytique inversible de courbes 1-connexes

Méthode avec joints

- Choix d'un pixel de départ et d'un sens de parcours



BRETON R., SIVIGNON I. ET AL.

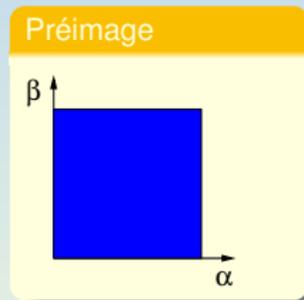
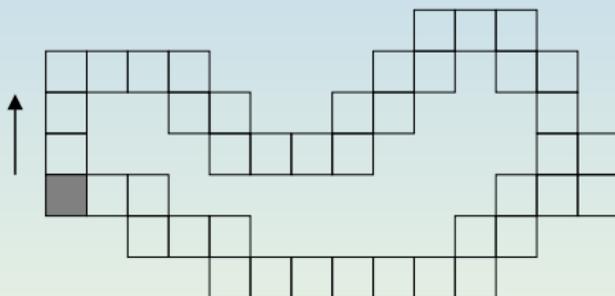
Towards an invertible euclidean reconstruction of a discrete object

Discrete Geometry for Computer Imagery, LNCS 2886, pp. 246-256, Naples, Italy, 2003

Reconstruction analytique inversible de courbes 1-connexes

Méthode avec joints

1 Reconnaissance "au plus loin" de segments Standard



BRETON R., SIVIGNON I. ET AL.

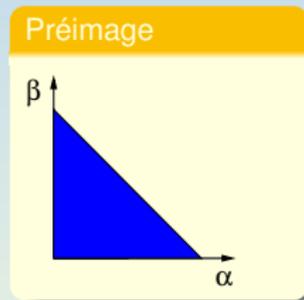
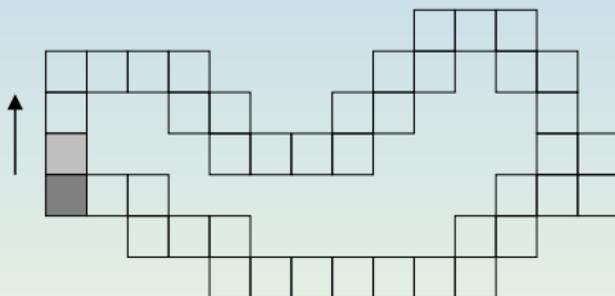
Towards an invertible euclidean reconstruction of a discrete object

Discrete Geometry for Computer Imagery, LNCS 2886, pp. 246-256, Naples, Italy, 2003

Reconstruction analytique inversible de courbes 1-connexes

Méthode avec joints

1 Reconnaissance "au plus loin" de segments Standard



BRETON R., SIVIGNON I. ET AL.

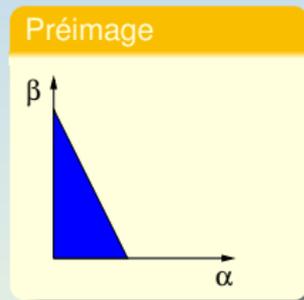
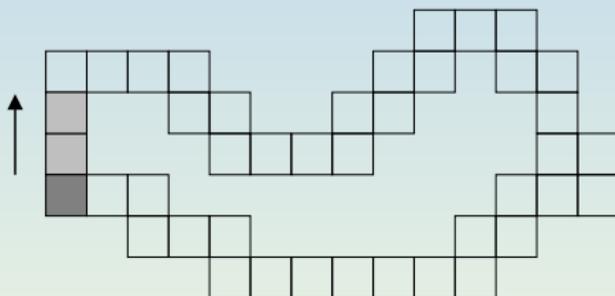
Towards an invertible euclidean reconstruction of a discrete object

Discrete Geometry for Computer Imagery, LNCS 2886, pp. 246-256, Naples, Italy, 2003

Reconstruction analytique inversible de courbes 1-connexes

Méthode avec joints

1 Reconnaissance "au plus loin" de segments Standard



BRETON R., SIVIGNON I. ET AL.

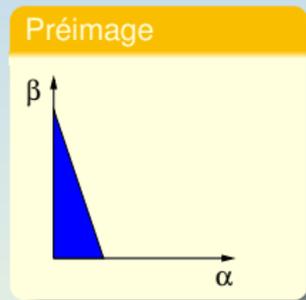
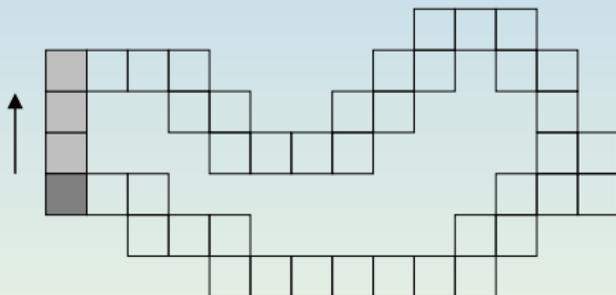
Towards an invertible euclidean reconstruction of a discrete object

Discrete Geometry for Computer Imagery, LNCS 2886, pp. 246-256, Naples, Italy, 2003

Reconstruction analytique inversible de courbes 1-connexes

Méthode avec joints

1 Reconnaissance "au plus loin" de segments Standard



BRETON R., SIVIGNON I. ET AL.

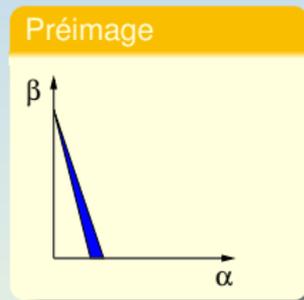
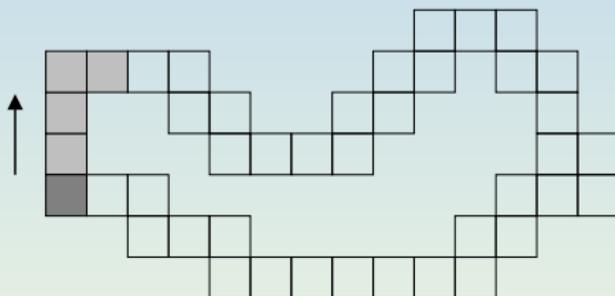
Towards an invertible euclidean reconstruction of a discrete object

Discrete Geometry for Computer Imagery, LNCS 2886, pp. 246-256, Naples, Italy, 2003

Reconstruction analytique inversible de courbes 1-connexes

Méthode avec joints

1 Reconnaissance "au plus loin" de segments Standard



BRETON R., SIVIGNON I. ET AL.

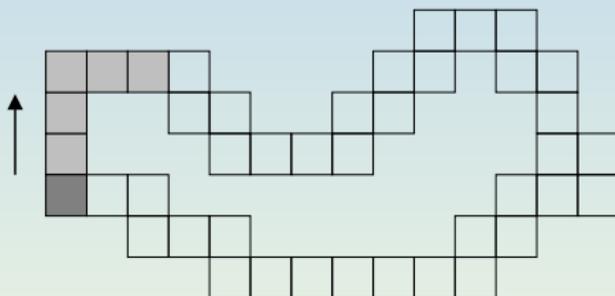
Towards an invertible euclidean reconstruction of a discrete object

Discrete Geometry for Computer Imagery, LNCS 2886, pp. 246-256, Naples, Italy, 2003

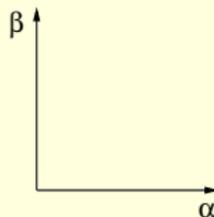
Reconstruction analytique inversible de courbes 1-connexes

Méthode avec joints

1 Reconnaissance "au plus loin" de segments Standard



Préimage



BRETON R., SIVIGNON I. ET AL.

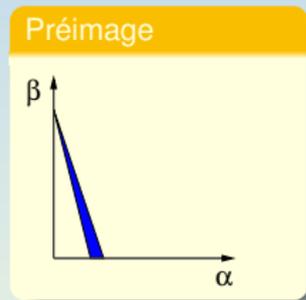
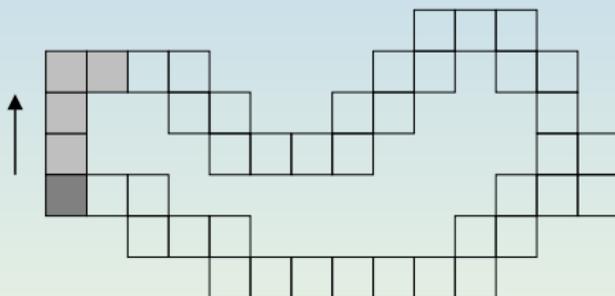
Towards an invertible euclidean reconstruction of a discrete object

Discrete Geometry for Computer Imagery, LNCS 2886, pp. 246-256, Naples, Italy, 2003

Reconstruction analytique inversible de courbes 1-connexes

Méthode avec joints

1 Reconnaissance "au plus loin" de segments Standard



BRETON R., SIVIGNON I. ET AL.

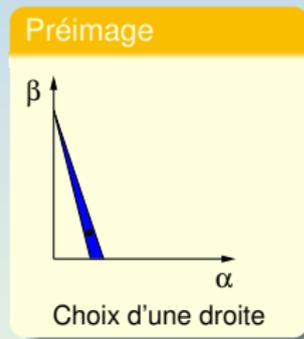
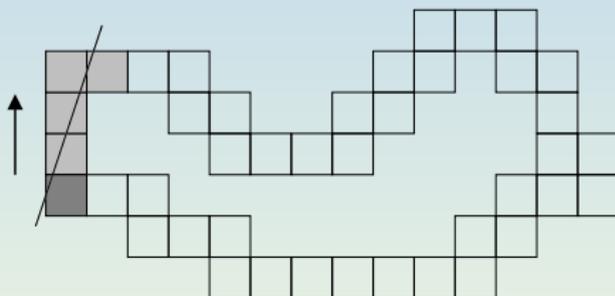
Towards an invertible euclidean reconstruction of a discrete object

Discrete Geometry for Computer Imagery, LNCS 2886, pp. 246-256, Naples, Italy, 2003

Reconstruction analytique inversible de courbes 1-connexes

Méthode avec joints

1 Reconnaissance "au plus loin" de segments Standard



BRETON R., SIVIGNON I. ET AL.

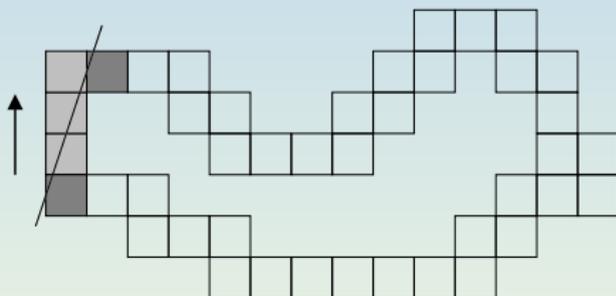
Towards an invertible euclidean reconstruction of a discrete object

Discrete Geometry for Computer Imagery, LNCS 2886, pp. 246-256, Naples, Italy, 2003

Reconstruction analytique inversible de courbes 1-connexes

Méthode avec joints

1 Reconnaissance “au plus loin” de segments Standard



BRETON R., SIVIGNON I. ET AL.

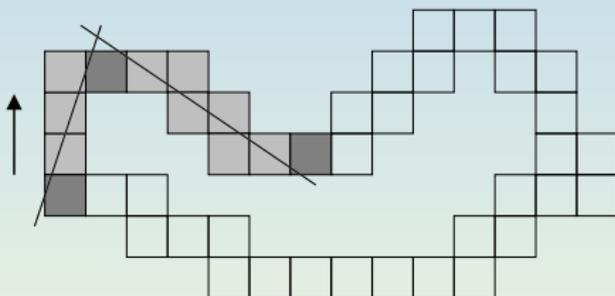
Towards an invertible euclidean reconstruction of a discrete object

Discrete Geometry for Computer Imagery, LNCS 2886, pp. 246-256, Naples, Italy, 2003

Reconstruction analytique inversible de courbes 1-connexes

Méthode avec joints

1 Reconnaissance “au plus loin” de segments Standard



BRETON R., SIVIGNON I. ET AL.

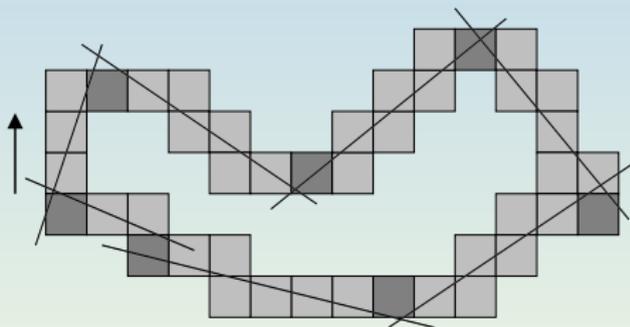
Towards an invertible euclidean reconstruction of a discrete object

Discrete Geometry for Computer Imagery, LNCS 2886, pp. 246-256, Naples, Italy, 2003

Reconstruction analytique inversible de courbes 1-connexes

Méthode avec joints

1 Reconnaissance “au plus loin” de segments Standard



BRETON R., SIVIGNON I. ET AL.

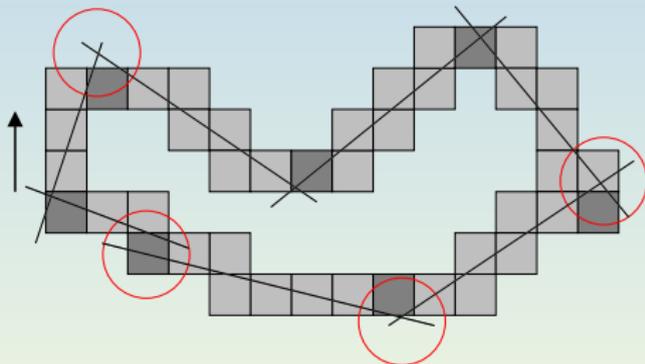
Towards an invertible euclidean reconstruction of a discrete object

Discrete Geometry for Computer Imagery, LNCS 2886, pp. 246-256, Naples, Italy, 2003

Reconstruction analytique inversible de courbes 1-connexes

Méthode avec joints

1 Reconnaissance “au plus loin” de segments Standard



Droites se coupant en dehors des pixels extrémités



BRETON R., SIVIGNON I. ET AL.

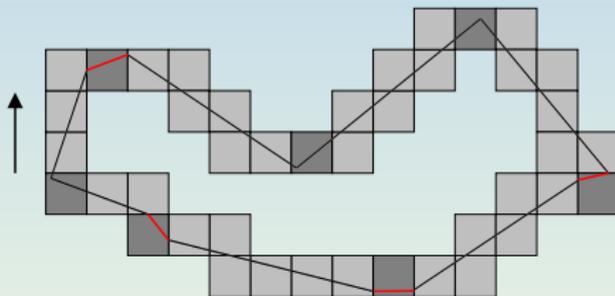
Towards an invertible euclidean reconstruction of a discrete object

Discrete Geometry for Computer Imagery, LNCS 2886, pp. 246-256, Naples, Italy, 2003

Reconstruction analytique inversible de courbes 1-connexes

Méthode avec joints

2 Ajout de joints



BRETON R., SIVIGNON I. ET AL.

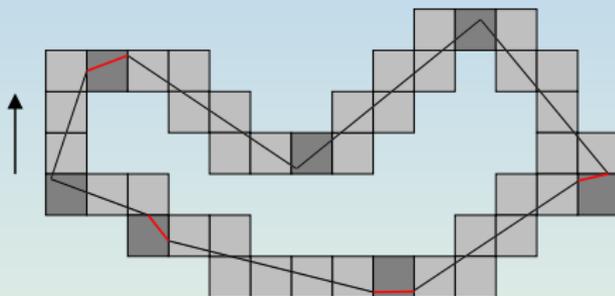
Towards an invertible euclidean reconstruction of a discrete object

Discrete Geometry for Computer Imagery, LNCS 2886, pp. 246-256, Naples, Italy, 2003

Reconstruction analytique inversible de courbes 1-connexes

Méthode avec joints

2 Ajout de joints



BRETON R., SIVIGNON I. ET AL.

Towards an invertible euclidean reconstruction of a discrete object

Discrete Geometry for Computer Imagery, LNCS 2886, pp. 246-256, Naples, Italy, 2003

Inconvénient de la méthode

Deux étapes sont nécessaires
(augmentation du nombre de segments par ajout de joints)

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Prémage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

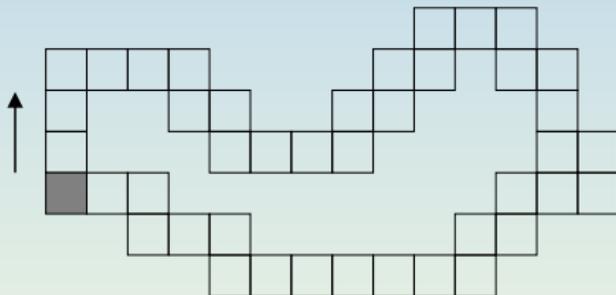
Un modèleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

Reconstruction analytique inversible de courbes 1-connexes

Méthode sans joint

- Choix d'un pixel de départ et d'un sens de parcours



SIVIGNON I., BRETON R. ET AL.

Discrete analytical curve reconstruction without patches
Image and Vision Computing, 23(2), pp. 191-202, 2005

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Prémimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2
Dimension 3

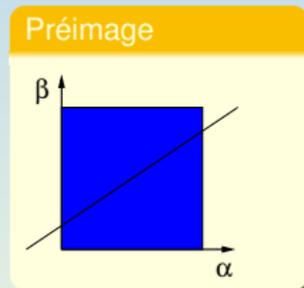
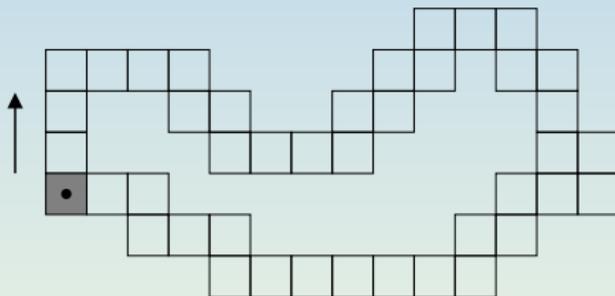
Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

Reconstruction analytique inversible de courbes 1-connexes

Méthode sans joint

1 Reconnaissance contrainte par un point fixé



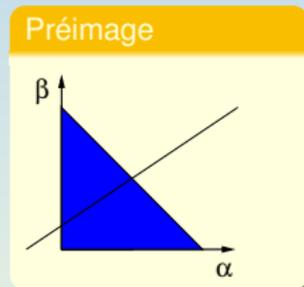
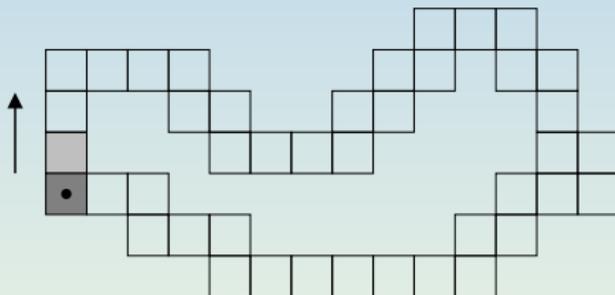
SIVIGNON I., BRETON R. ET AL.

Discrete analytical curve reconstruction without patches
Image and Vision Computing, 23(2), pp. 191-202, 2005

Reconstruction analytique inversible de courbes 1-connexes

Méthode sans joint

1 Reconnaissance contrainte par un point fixé



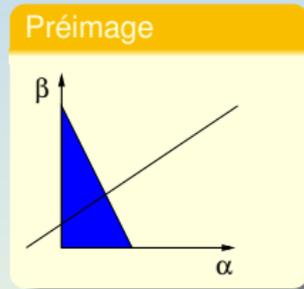
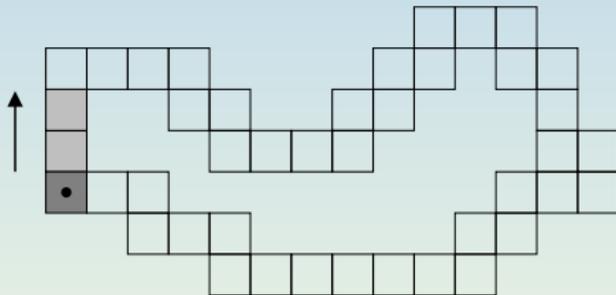
SIVIGNON I., BRETON R. ET AL.

Discrete analytical curve reconstruction without patches
Image and Vision Computing, 23(2), pp. 191-202, 2005

Reconstruction analytique inversible de courbes 1-connexes

Méthode sans joint

1 Reconnaissance contrainte par un point fixé



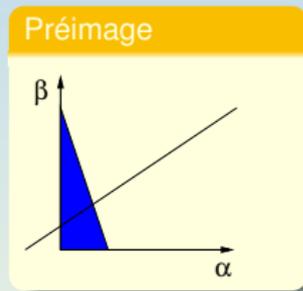
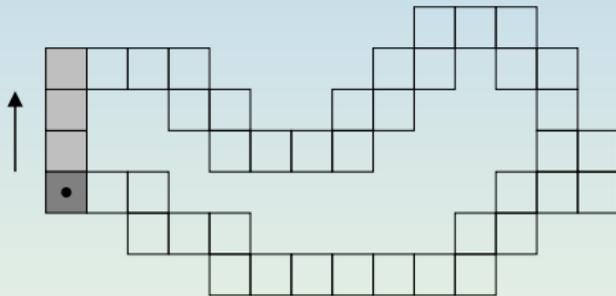
SIVIGNON I., BRETON R. ET AL.

Discrete analytical curve reconstruction without patches
Image and Vision Computing, 23(2), pp. 191-202, 2005

Reconstruction analytique inversible de courbes 1-connexes

Méthode sans joint

1 Reconnaissance contrainte par un point fixé



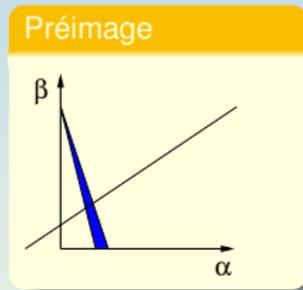
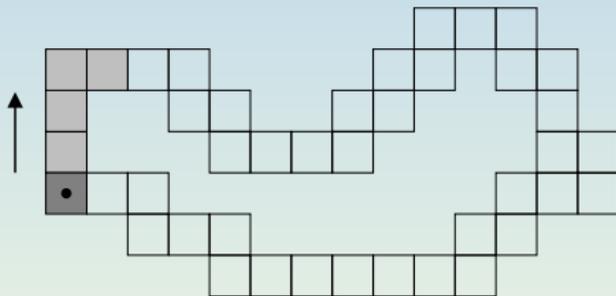
SIVIGNON I., BRETON R. ET AL.

Discrete analytical curve reconstruction without patches
Image and Vision Computing, 23(2), pp. 191-202, 2005

Reconstruction analytique inversible de courbes 1-connexes

Méthode sans joint

1 Reconnaissance contrainte par un point fixé



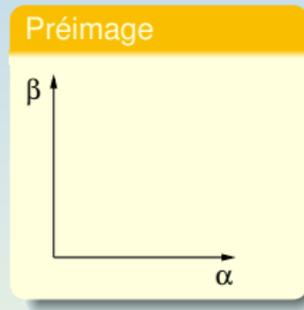
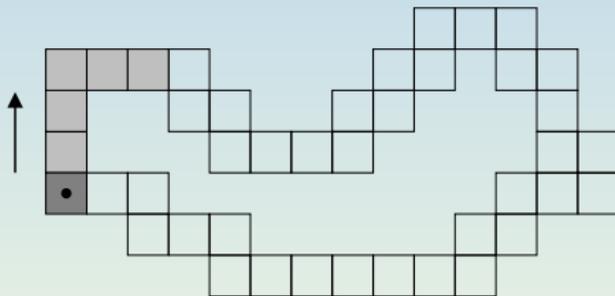
SIVIGNON I., BRETON R. ET AL.

Discrete analytical curve reconstruction without patches
Image and Vision Computing, 23(2), pp. 191-202, 2005

Reconstruction analytique inversible de courbes 1-connexes

Méthode sans joint

1 Reconnaissance contrainte par un point fixé



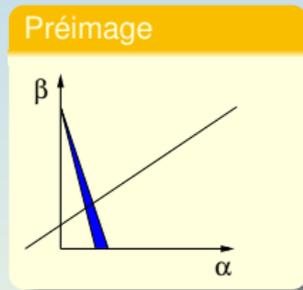
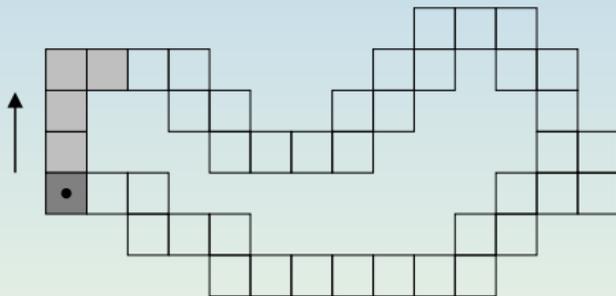
SIVIGNON I., BRETON R. ET AL.

Discrete analytical curve reconstruction without patches
Image and Vision Computing, 23(2), pp. 191-202, 2005

Reconstruction analytique inversible de courbes 1-connexes

Méthode sans joint

1 Reconnaissance contrainte par un point fixé



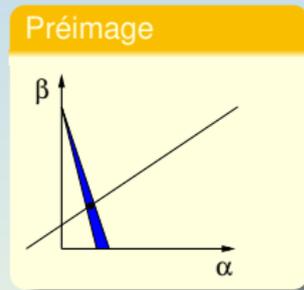
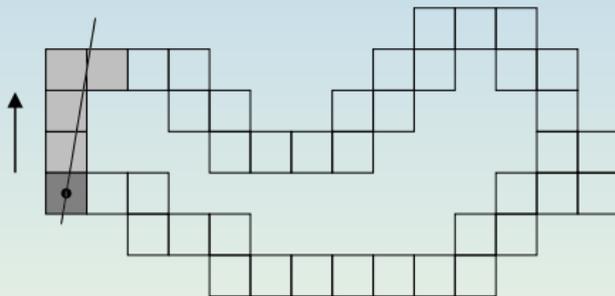
SIVIGNON I., BRETON R. ET AL.

Discrete analytical curve reconstruction without patches
Image and Vision Computing, 23(2), pp. 191-202, 2005

Reconstruction analytique inversible de courbes 1-connexes

Méthode sans joint

1 Reconnaissance contrainte par un point fixé



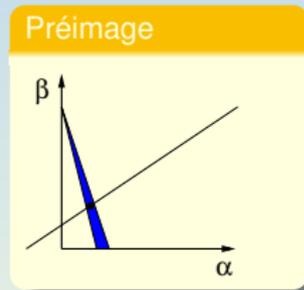
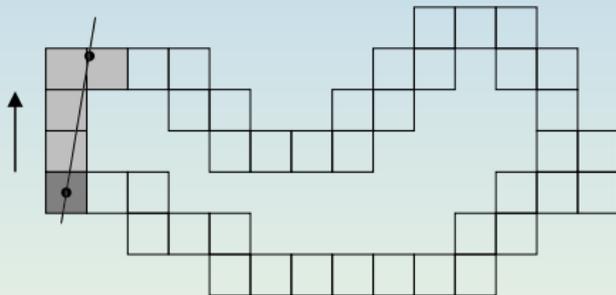
SIVIGNON I., BRETON R. ET AL.

Discrete analytical curve reconstruction without patches
Image and Vision Computing, 23(2), pp. 191-202, 2005

Reconstruction analytique inversible de courbes 1-connexes

Méthode sans joint

2 Création d'un segment



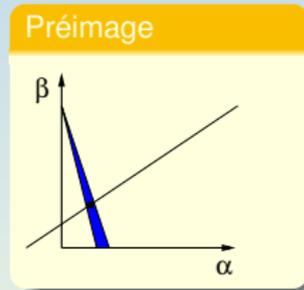
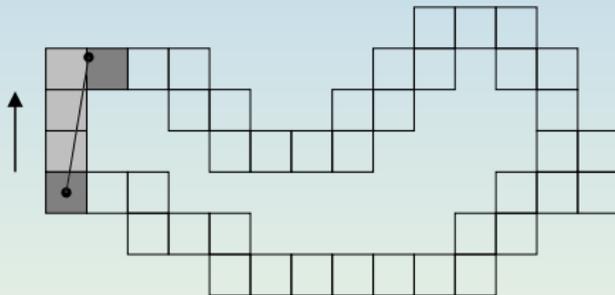
SIVIGNON I., BRETON R. ET AL.

Discrete analytical curve reconstruction without patches
Image and Vision Computing, 23(2), pp. 191-202, 2005

Reconstruction analytique inversible de courbes 1-connexes

Méthode sans joint

2 Création d'un segment



SIVIGNON I., BRETON R. ET AL.

Discrete analytical curve reconstruction without patches
Image and Vision Computing, 23(2), pp. 191-202, 2005

Reconstruction analytique inversible de courbes 1-connexes

Méthode sans joint

Reconnaissance de primitives discrètes

Dual d'un hypervoxel

Prémimage généralisée

Reconnaissance Standard

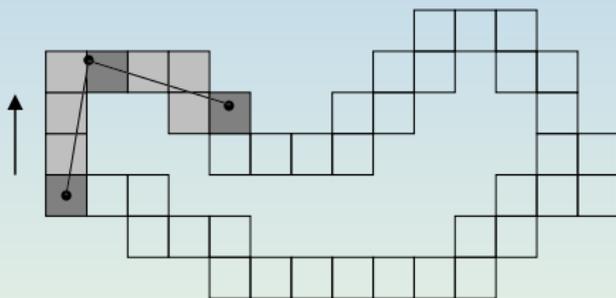
Reconstruction analytique inversible de courbes et volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modèleur géométrique d'objets discrets

Conclusions et perspectives



SIVIGNON I., BRETON R. ET AL.

Discrete analytical curve reconstruction without patches
Image and Vision Computing, 23(2), pp. 191-202, 2005

Reconstruction analytique inversible de courbes 1-connexes

Méthode sans joint

Reconnaissance de primitives discrètes

Dual d'un hypervoxel

Préimage généralisée

Reconnaissance Standard

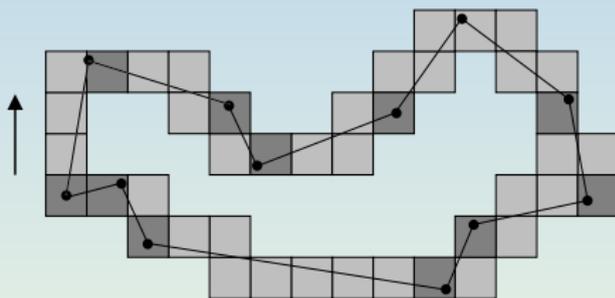
Reconstruction analytique inversible de courbes et volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modèleur géométrique d'objets discrets

Conclusions et perspectives

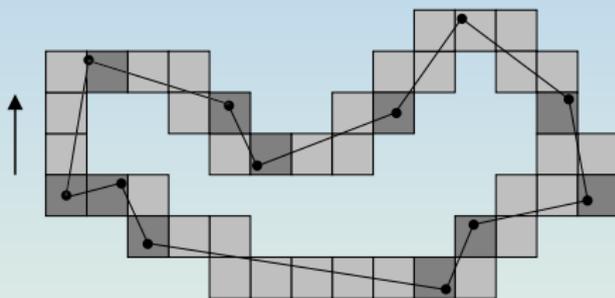


SIVIGNON I., BRETON R. ET AL.

Discrete analytical curve reconstruction without patches
Image and Vision Computing, 23(2), pp. 191-202, 2005

Reconstruction analytique inversible de courbes 1-connexes

Méthode sans joint



SIVIGNON I., BRETON R. ET AL.

Discrete analytical curve reconstruction without patches
Image and Vision Computing, 23(2), pp. 191-202, 2005

Avantage de la méthode

Une seule étape

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

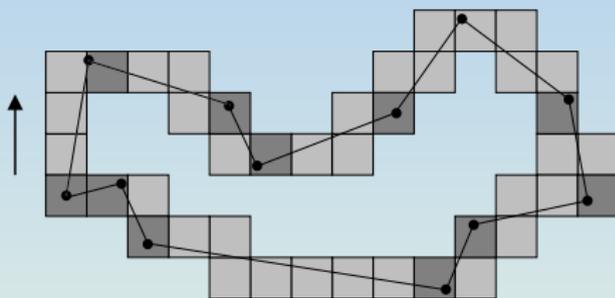
Dimension 3

Un modèleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

Reconstruction analytique inversible de courbes 1-connexes

Méthode sans joint



SIVIGNON I., BRETON R. ET AL.

Discrete analytical curve reconstruction without patches
Image and Vision Computing, 23(2), pp. 191-202, 2005

Avantage de la méthode

Une seule étape

Inconvénient

Beaucoup plus de segments que pour la méthode avec joints

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

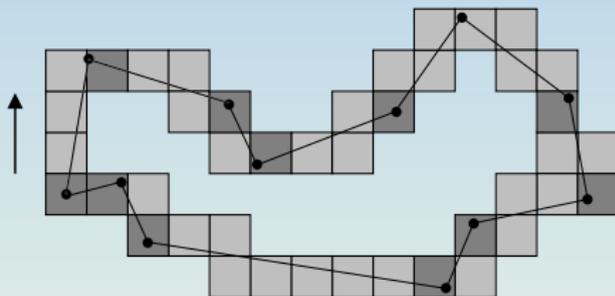
Dimension 3

Un modèleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

Reconstruction analytique inversible de courbes 1-connexes

Méthode sans joint



SIVIGNON I., BRETON R. ET AL.

Discrete analytical curve reconstruction without patches
Image and Vision Computing, 23(2), pp. 191-202, 2005

Idée

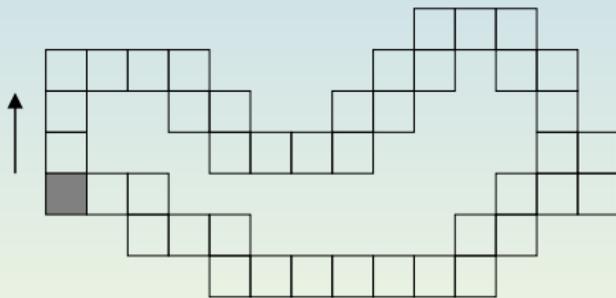
Effectuer une reconnaissance moins contrainte

Notre méthode

■ 2 étapes :

- 1 Reconnaissance (calcul d'un ensemble de courbes polygonales solutions)
 - Algorithme de reconnaissance basé sur la préimage généralisée
- 2 Polygonalisation (choix d'une courbe)

■ Choix d'un pixel de départ et d'un sens de parcours



Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2
Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

Notre méthode

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

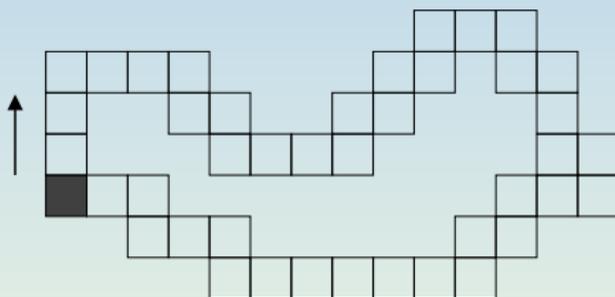
Dimension 2

Dimension 3

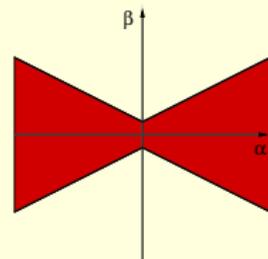
Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

1 Reconnaissance contrainte de segments Standard



Préimage
généralisée



Notre méthode

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

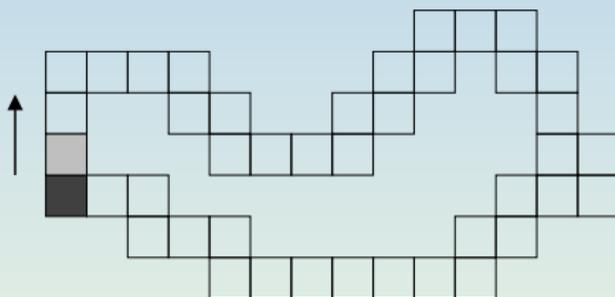
Dimension 2

Dimension 3

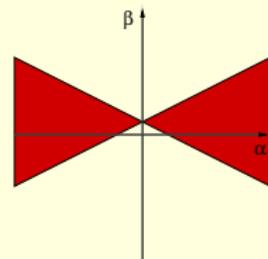
Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

1 Reconnaissance contrainte de segments Standard



Préimage
généralisée



Notre méthode

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

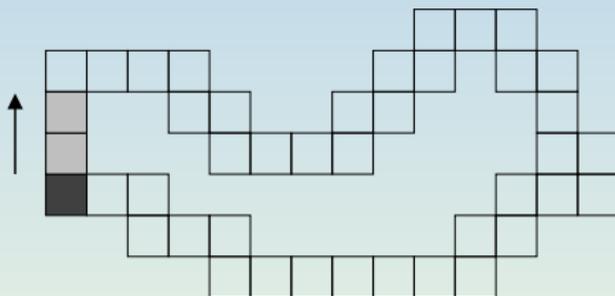
Dimension 2

Dimension 3

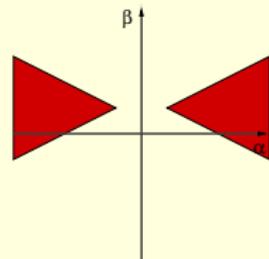
Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

1 Reconnaissance contrainte de segments Standard



Préimage
généralisée



Notre méthode

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

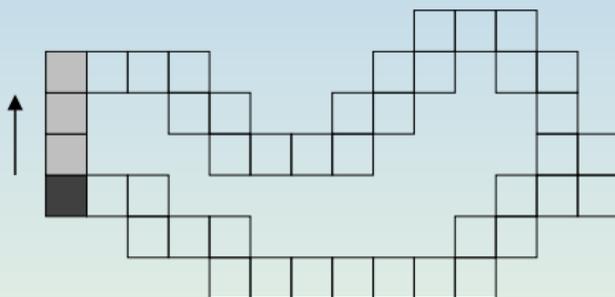
Dimension 2

Dimension 3

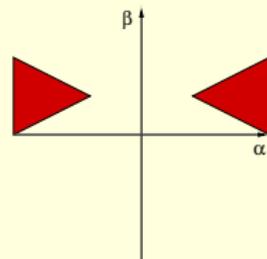
Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

1 Reconnaissance contrainte de segments Standard



Préimage
généralisée



Notre méthode

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

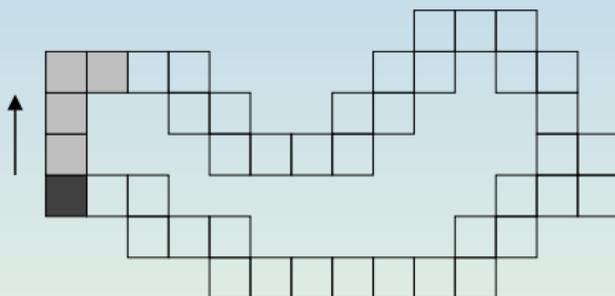
Dimension 2

Dimension 3

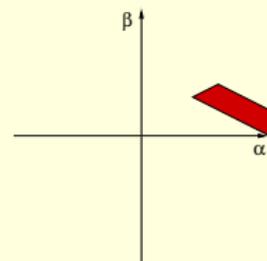
Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

1 Reconnaissance contrainte de segments Standard



Préimage
généralisée



Notre méthode

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

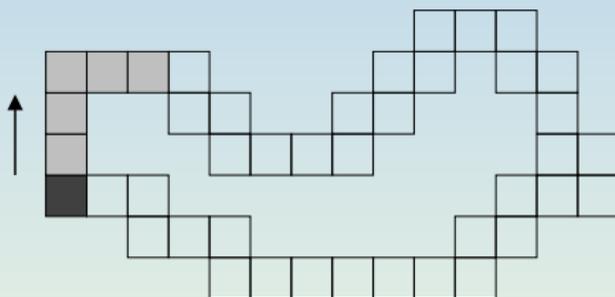
Dimension 2

Dimension 3

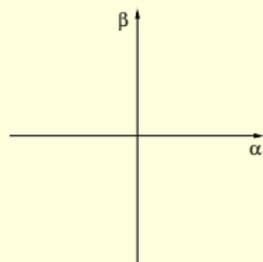
Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

1 Reconnaissance contrainte de segments Standard



Préimage
généralisée



Notre méthode

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

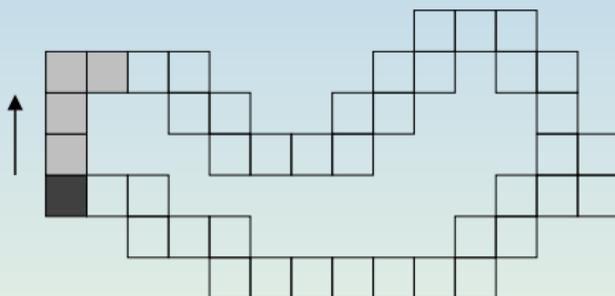
Dimension 2

Dimension 3

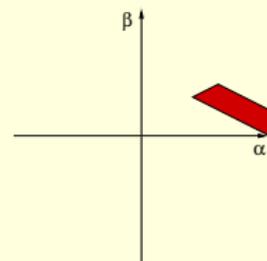
Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

1 Reconnaissance contrainte de segments Standard



Préimage
généralisée



Notre méthode

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

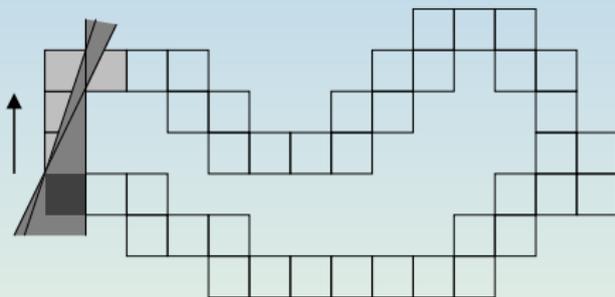
Dimension 2

Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

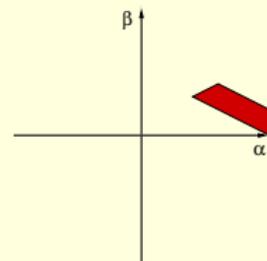
Conclusions et
perspectives

1 Reconnaissance contrainte de segments Standard



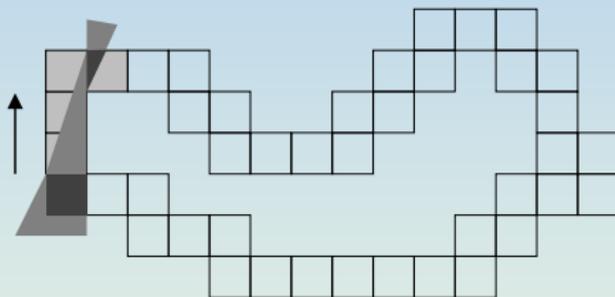
Calcul d'un "faisceau" de droites solutions

Préimage
généralisée



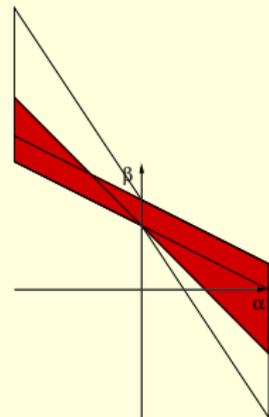
Notre méthode

1 Reconnaissance contrainte de segments Standard



Nouvelle contrainte :
points atteints par le faisceau de droites
(polygone convexe)

Préimage
généralisée
restreinte



Notre méthode

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

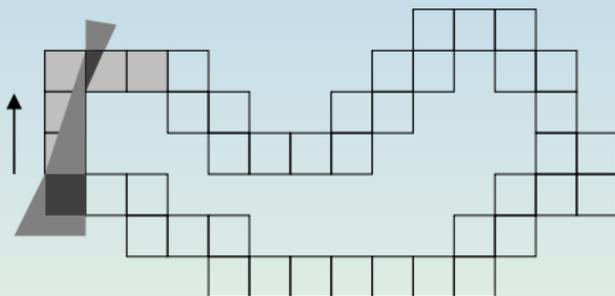
Dimension 2

Dimension 3

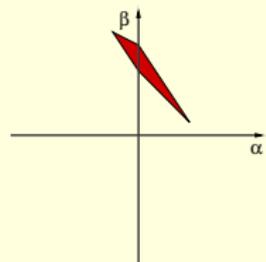
Un modèleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

1 Reconnaissance contrainte de segments Standard



Préimage
généralisée
restreinte



Notre méthode

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Prémage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

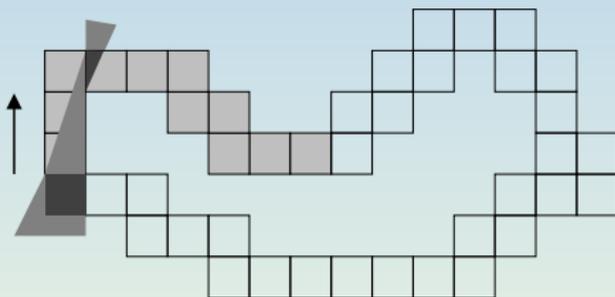
Dimension 2

Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

1 Reconnaissance contrainte de segments Standard



Notre méthode

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Prémage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

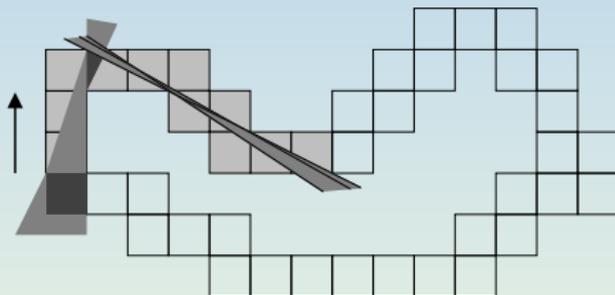
Dimension 2

Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

1 Reconnaissance contrainte de segments Standard



Notre méthode

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Prémimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

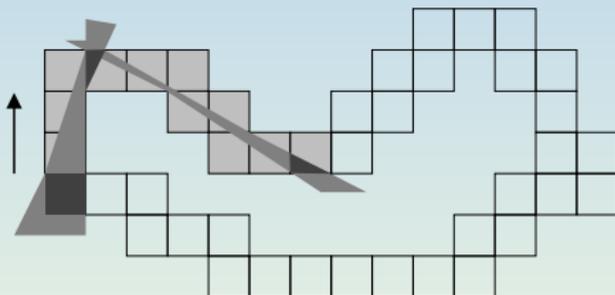
Dimension 2

Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

1 Reconnaissance contrainte de segments Standard



Notre méthode

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Prémimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

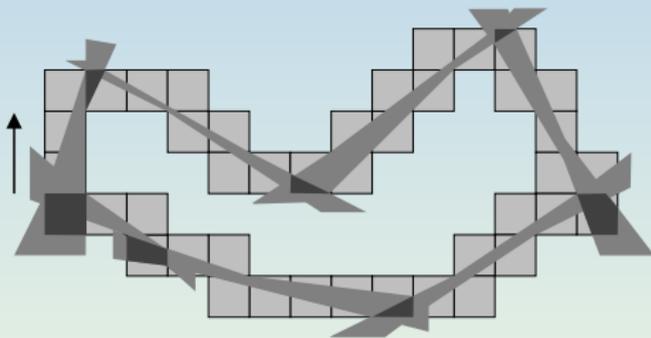
Dimension 2

Dimension 3

Un modèleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

1 Reconnaissance contrainte de segments Standard



Notre méthode

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

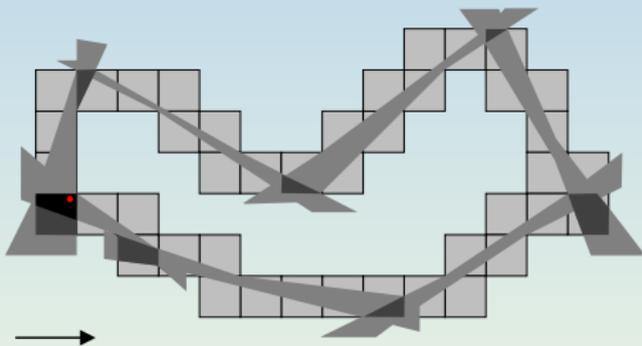
Dimension 2

Dimension 3

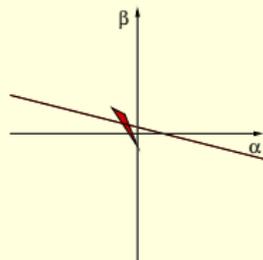
Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

2 Choix d'une courbe polygonale solution



Préimage
généralisée
restreinte



Notre méthode

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

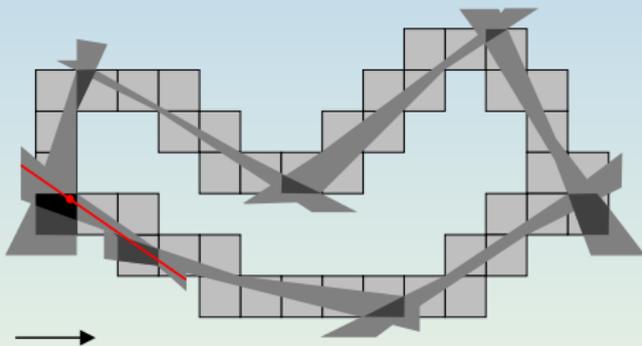
Dimension 2

Dimension 3

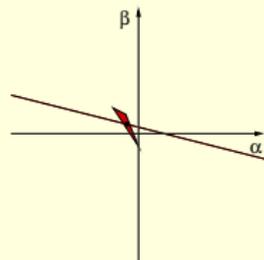
Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

2 Choix d'une courbe polygonale solution



Préimage
généralisée
restreinte



Notre méthode

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Prémimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

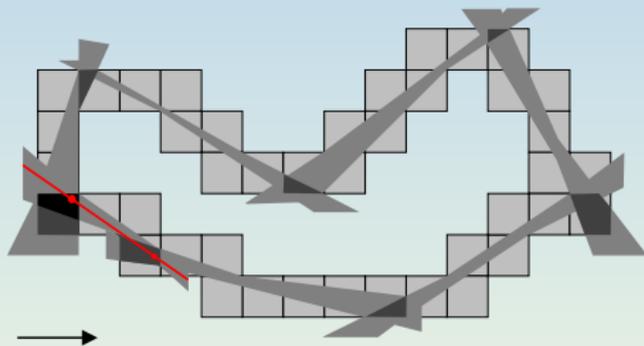
Dimension 2

Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

2 Choix d'une courbe polygonale solution



Notre méthode

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Prémimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

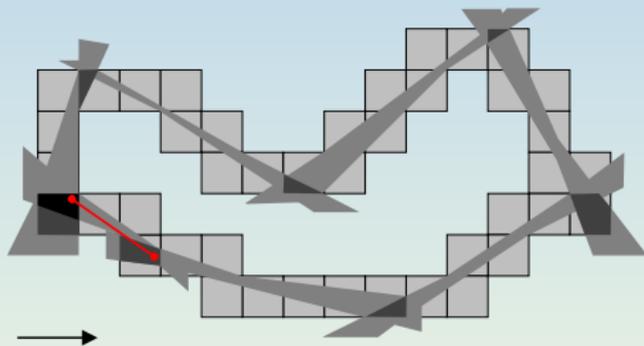
Dimension 2

Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

2 Choix d'une courbe polygonale solution



Notre méthode

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Prémimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

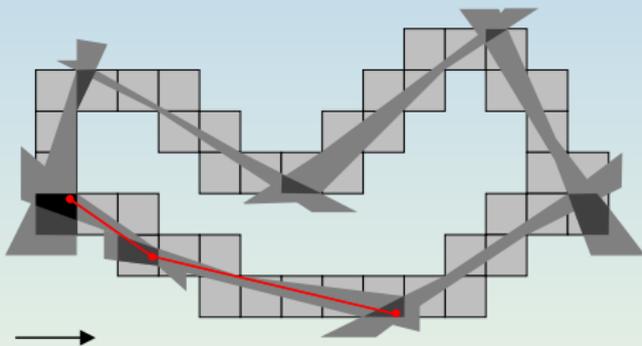
Dimension 2

Dimension 3

Un modéleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

2 Choix d'une courbe polygonale solution



Notre méthode

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

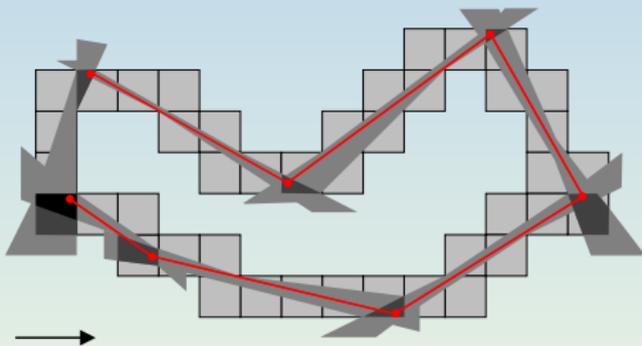
Dimension 2

Dimension 3

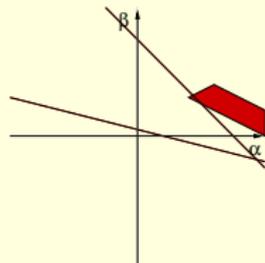
Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

2 Choix d'une courbe polygonale solution



Préimage
généralisée
restreinte



Notre méthode

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

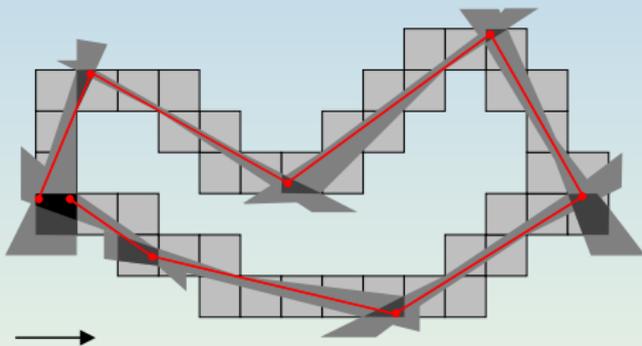
Dimension 2

Dimension 3

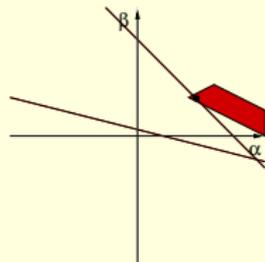
Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

2 Choix d'une courbe polygonale solution



Préimage
généralisée
restreinte



Notre méthode

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Prémimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

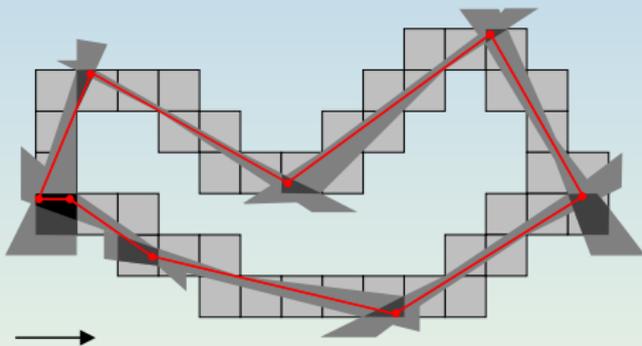
Dimension 2

Dimension 3

Un modèleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

2 Choix d'une courbe polygonale solution



Résultats

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Prémage
généralisée

Reconnaissance
Standard

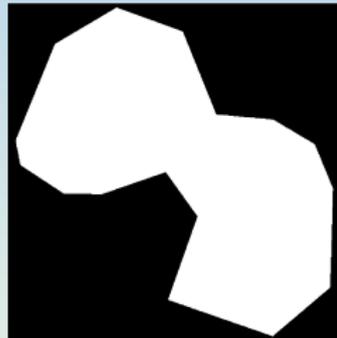
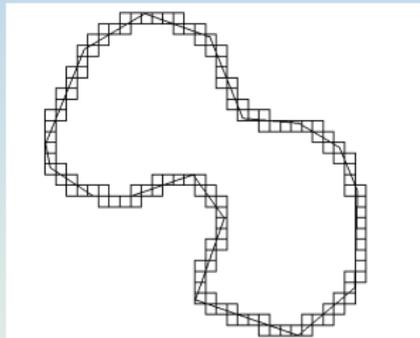
Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives



Résultats

Nombre de segments reconstruits

Image	Nombre de pixels	Avec joints	Sans joint	Notre méthode
	116	22	24	13
	356	50	62	39
	424	57	66	38
	574	71	104	57
	852	99	130	84

Reconnaissance de primitives discrètes

Dual d'un hypervoxel

Préimage généralisée

Reconnaissance Standard

Reconstruction analytique inversible de courbes et volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modèleur géométrique d'objets discrets

Conclusions et perspectives

Reconstruction analytique inversible de courbes discrètes

Bilan

Reconnaissance de primitives discrètes

Dual d'un hypervoxel

Préimage généralisée

Reconnaissance Standard

Reconstruction analytique inversible de courbes et volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modèleur géométrique d'objets discrets

Conclusions et perspectives

Algorithme de reconstruction analytique

- Courbes discrètes 1-connexes
- Inversible pour le modèle Standard
- Améliore les méthodes proposées par R. Breton



DEXET M., ANDRES E.

Linear discrete line recognition and reconstruction based on a generalized preimage

International Workshop on Combinatorial Image Analysis, LNCS 4040, pp. 174-188, Berlin, Germany, 2006

Plan de la présentation

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

1 Reconnaissance de primitives discrètes

2 Reconstruction analytique inversible de courbes et volumes discrets

■ Dimension 2

■ **Dimension 3**

3 Un modeleur géométrique d'objets discrets

4 Conclusions et perspectives

Reconstruction analytique inversible de volumes 3D

Reconnaissance de primitives discrètes

Dual d'un hypervoxel

Prémimage généralisée

Reconnaissance Standard

Reconstruction analytique inversible de courbes et volumes discrets

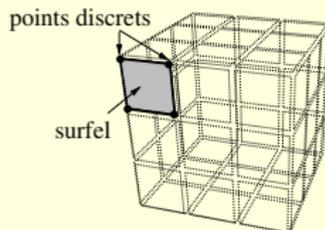
Dimension 2
Dimension 3

Un modeleur géométrique d'objets discrets

Conclusions et perspectives

Objectif

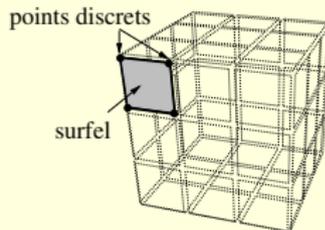
- Un algorithme de reconstruction analytique
 - Surface de volumes discrets 2-connexes (**modèle inter-voxel**)
 - Inversible pour le modèle Standard



Reconstruction analytique inversible de volumes 3D

Objectif

- Un algorithme de reconstruction analytique
 - Surface de volumes discrets 2-connexes (**modèle inter-voxel**)
 - Inversible pour le modèle Standard



Méthodes existantes

- 2 méthodes proposées (outils de géométrie discrète analytique)
 - Méthode de reconstruction par simplification de Marching Cubes (Cœurjolly et al., 2004)
 - Méthode de reconstruction analytique inversible (Sivignon et al., 2005)



SIVIGNON I., DUPONT F., CHASSERY J.-M.

Reversible polygonalization of a 3D planar discrete curve : application on discrete surfaces
Discrete Geometry for Computer Imagery, LNCS 3429, pp. 347-358, Poitiers, France, 2005



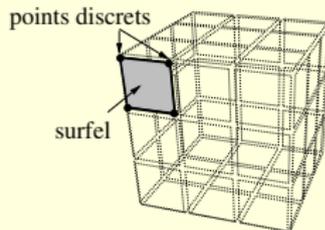
CŒURJOLLY D., GUILLAUME A., SIVIGNON I.

Reversible discrete volume polyhedrization using Marching Cubes simplification
SPIE, Vision Geometry XII, 5300, pp. 1-11, 2004

Reconstruction analytique inversible de volumes 3D

Objectif

- Un algorithme de reconstruction analytique
 - Surface de volumes discrets 2-connexes (**modèle inter-voxel**)
 - Inversible pour le modèle Standard



Méthodes existantes

- 2 méthodes proposées (outils de géométrie discrète analytique)
 - Méthode de reconstruction par simplification de Marching Cubes (Cœurjolly et al., 2004)
 - **Méthode de reconstruction analytique inversible (Sivignon et al., 2005)**



SIVIGNON I., DUPONT F., CHASSERY J.-M.

Reversible polygonalization of a 3D planar discrete curve : application on discrete surfaces
Discrete Geometry for Computer Imagery, LNCS 3429, pp. 347-358, Poitiers, France, 2005



CŒURJOLLY D., GUILLAUME A., SIVIGNON I.

Reversible discrete volume polyhedrization using Marching Cubes simplification
SPIE, Vision Geometry XII, 5300, pp. 1-11, 2004

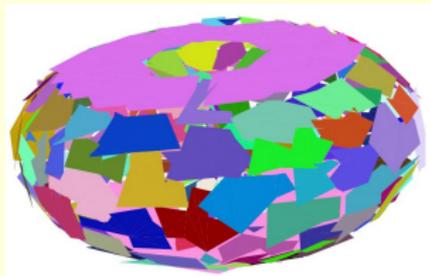
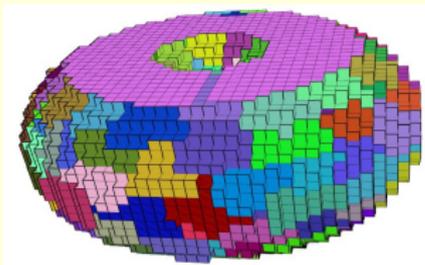
Reconstruction inversible de volumes 3D

Méthode d'I. Sivignon

2 étapes

- 1 Reconnaissance de morceaux de plans discrets et choix de plans euclidiens
- 2 Remplacement de chaque morceau de plan par une face euclidienne

Exemple (Images issues de la thèse d'I. SIVIGNON)



SIVIGNON I., DUPONT F., CHASSERY J.-M.

Reversible polygonalization of a 3D planar discrete curve : application on discrete surfaces
Discrete Geometry for Computer Imagery, LNCS 3429, pp. 347-358, Poitiers, France, 2005

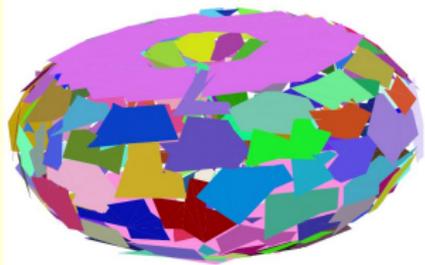
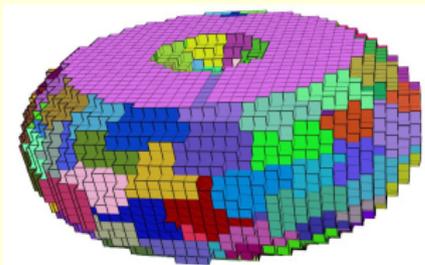
Reconstruction inversible de volumes 3D

Méthode d'I. Sivignon

2 étapes

- 1 Reconnaissance de morceaux de plans discrets et choix de plans euclidiens
- 2 Remplacement de chaque morceau de plan par une face euclidienne

Exemple (Images issues de la thèse d'I. SIVIGNON)



Inconvénient de la méthode

Faces non connexes



SIVIGNON I., DUPONT F., CHASSERY J.-M.

Reversible polygonalization of a 3D planar discrete curve : application on discrete surfaces
Discrete Geometry for Computer Imagery, LNCS 3429, pp. 347-358, Poitiers, France, 2005

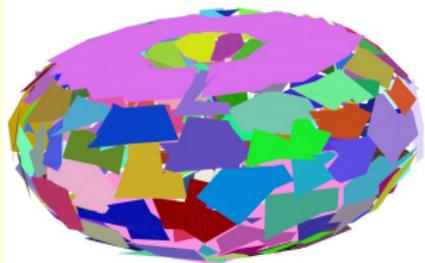
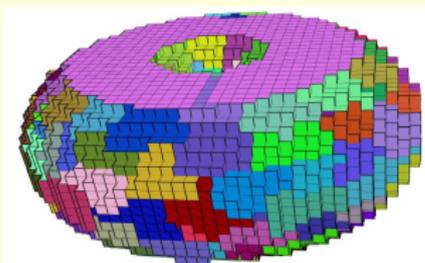
Reconstruction inversible de volumes 3D

Méthode d'I. Sivignon

2 étapes

- 1 Reconnaissance de morceaux de plans discrets et choix de plans euclidiens
- 2 Remplacement de chaque morceau de plan par une face euclidienne

Exemple (Images issues de la thèse d'I. SIVIGNON)



Idée

Prendre en compte les contraintes (arêtes et sommets) des faces déjà reconstruites



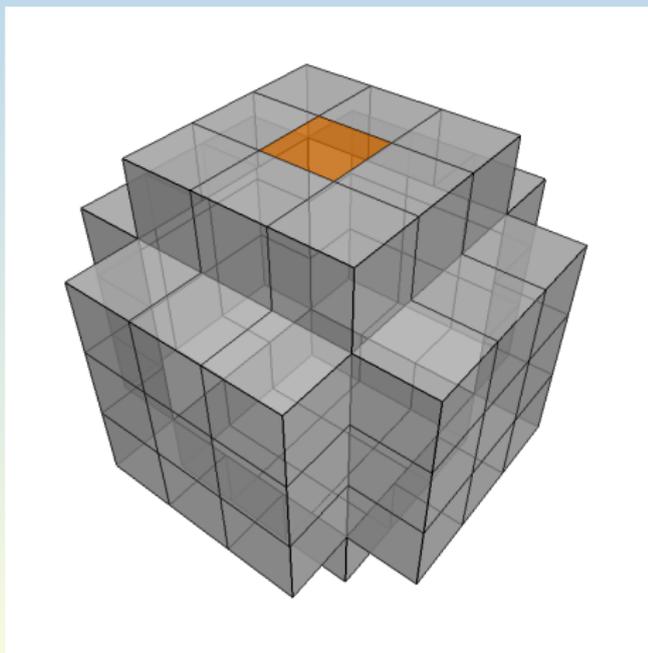
SIVIGNON I., DUPONT F., CHASSERY J.-M.

Reversible polygonalization of a 3D planar discrete curve : application on discrete surfaces
Discrete Geometry for Computer Imagery, LNCS 3429, pp. 347-358, Poitiers, France, 2005

Notre méthode

Déroulement de l'algorithme

- 1 Reconstruction de la première facette
 - Reconnaissance surfel par surfel



Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Prémage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

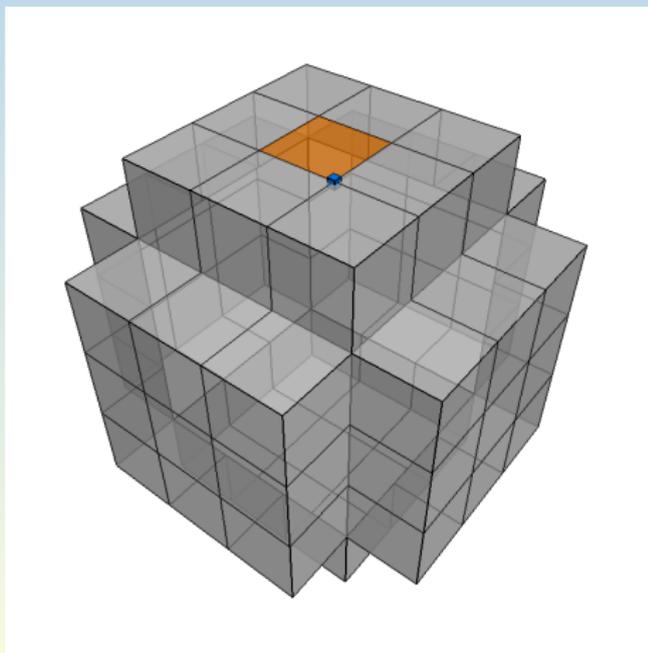
Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

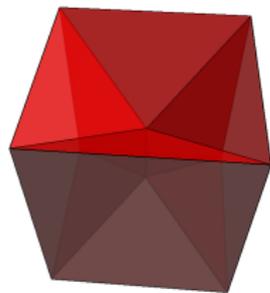
Notre méthode

Déroulement de l'algorithme

- 1 Reconstruction de la première facette
 - Reconnaissance surfel par surfel



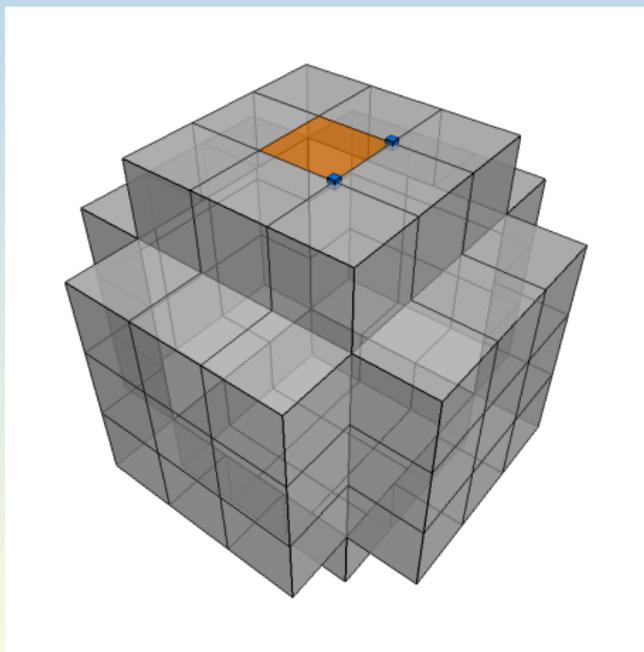
Préimage généralisée



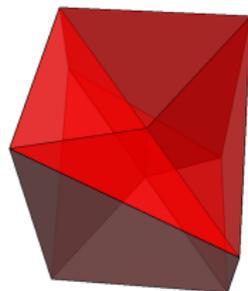
Notre méthode

Déroulement de l'algorithme

- 1 Reconstruction de la première facette
 - Reconnaissance surfel par surfel



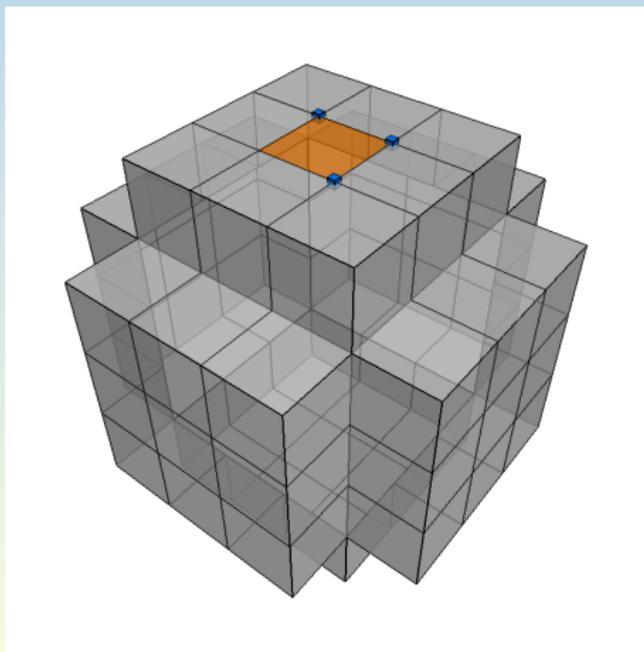
Préimage généralisée



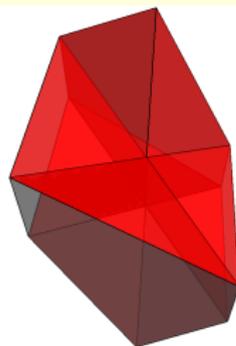
Notre méthode

Déroulement de l'algorithme

- 1 Reconstruction de la première facette
 - Reconnaissance surfel par surfel



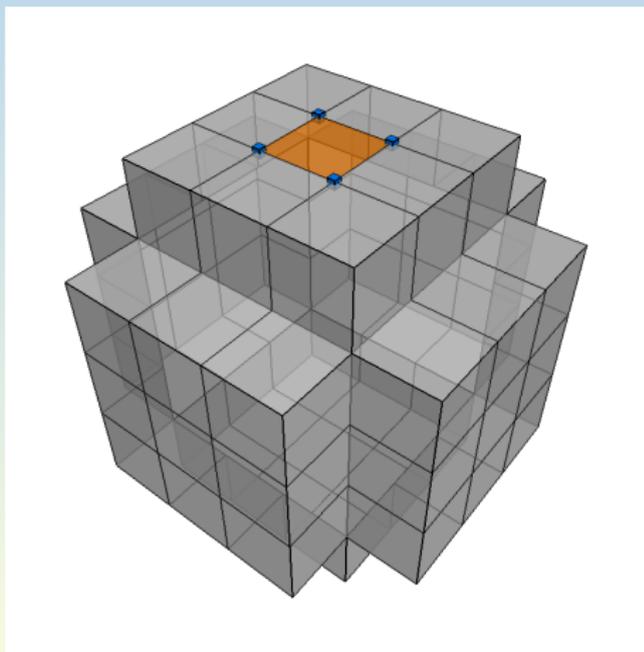
Préimage généralisée



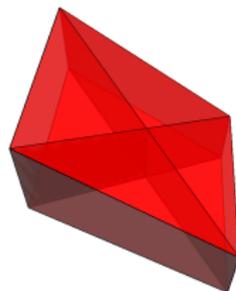
Notre méthode

Déroulement de l'algorithme

- 1 Reconstruction de la première facette
 - Reconnaissance surfel par surfel



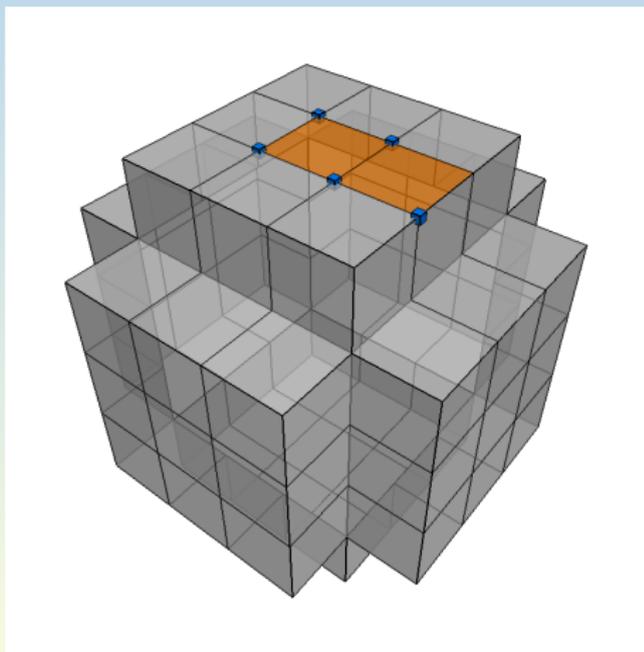
Préimage généralisée



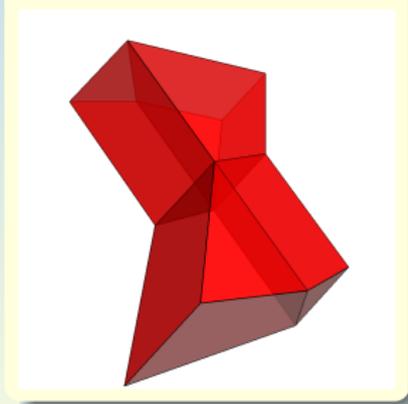
Notre méthode

Déroulement de l'algorithme

- 1 Reconstruction de la première facette
 - Reconnaissance surfel par surfel



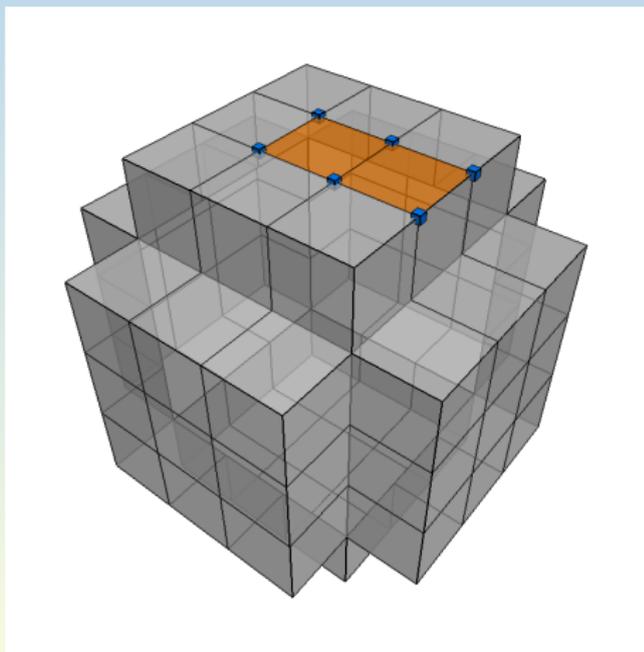
Préimage généralisée



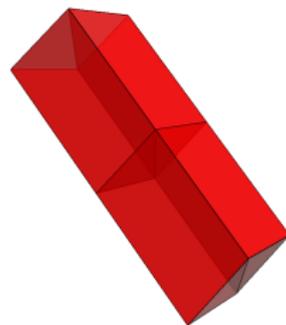
Notre méthode

Déroulement de l'algorithme

- 1 Reconstruction de la première facette
 - Reconnaissance surfel par surfel



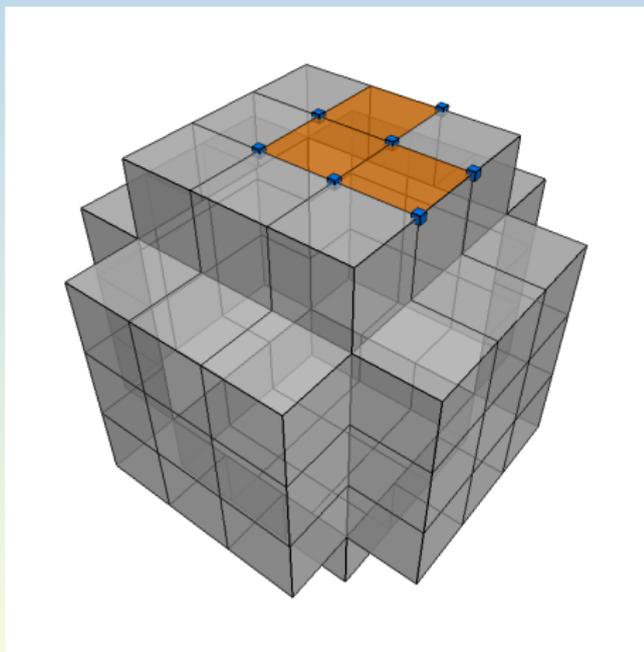
Préimage généralisée



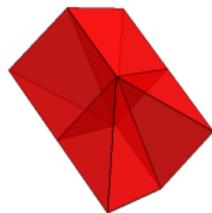
Notre méthode

Déroulement de l'algorithme

- 1 Reconstruction de la première facette
 - Reconnaissance surfel par surfel



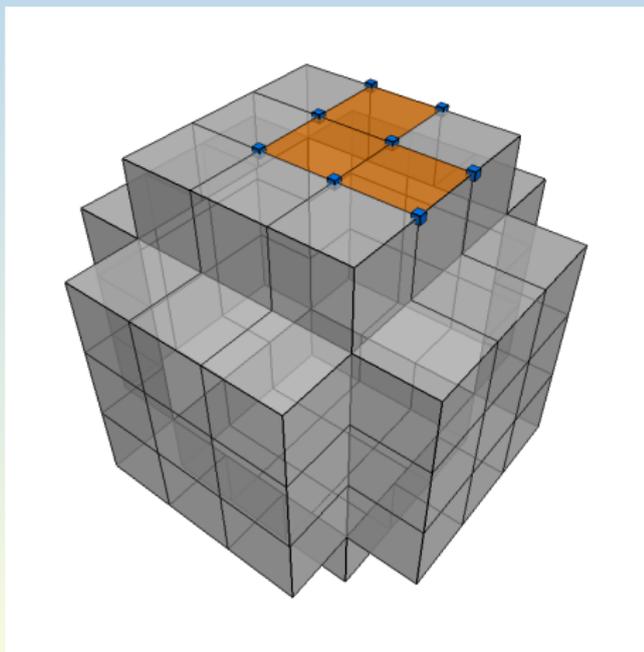
Préimage généralisée



Notre méthode

Déroulement de l'algorithme

- 1 Reconstruction de la première facette
 - Reconnaissance surfel par surfel



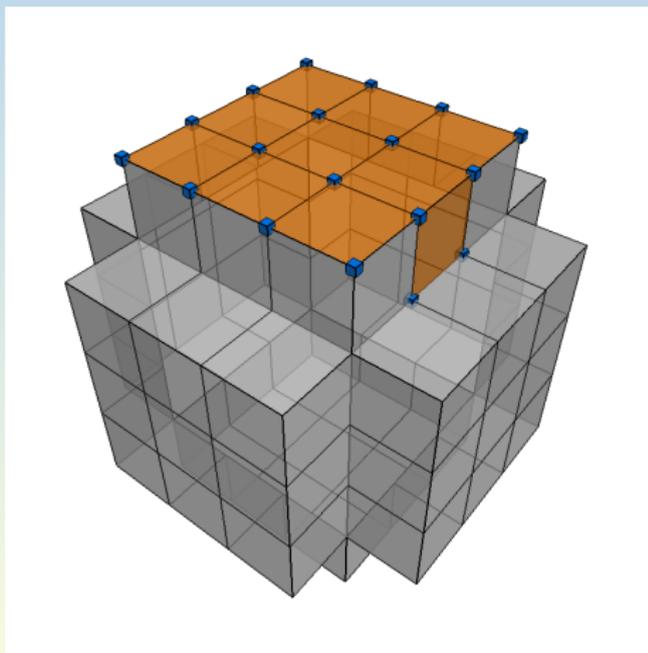
Préimage généralisée



Notre méthode

Déroulement de l'algorithme

- 1 Reconstruction de la première facette
 - Reconnaissance surfel par surfel



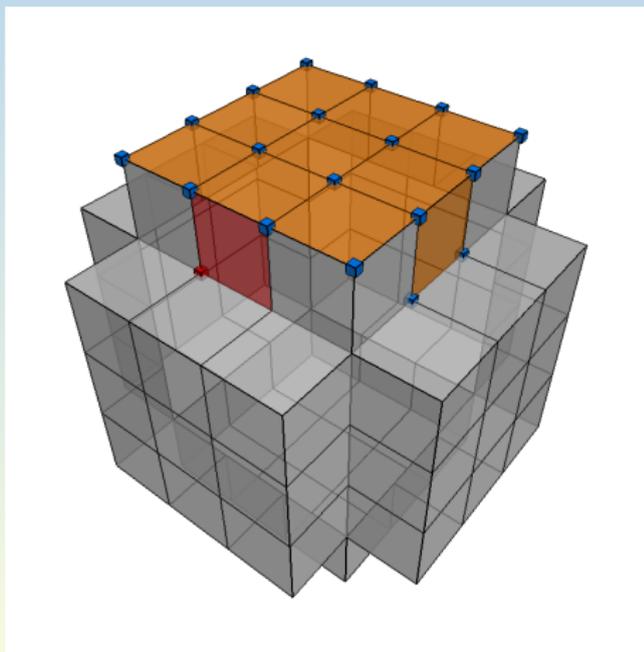
Préimage généralisée



Notre méthode

Déroulement de l'algorithme

- 1 Reconstruction de la première facette
 - Reconnaissance surfel par surfel



Préimage généralisée

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

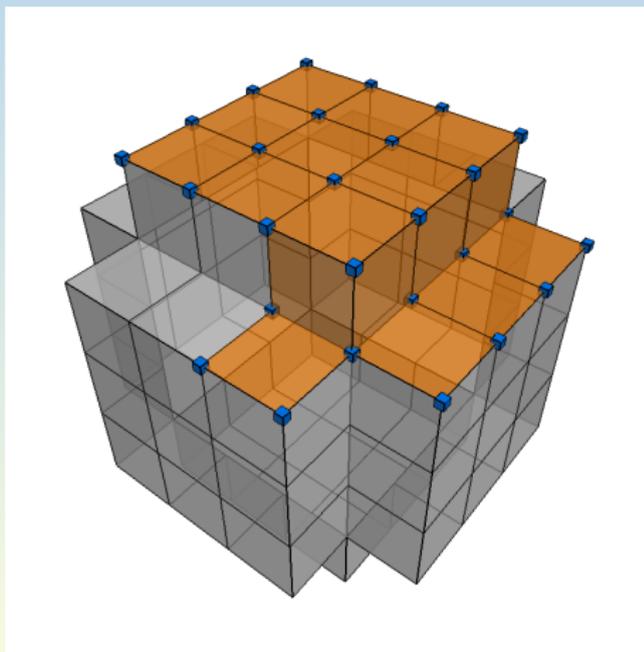
Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

Notre méthode

Déroulement de l'algorithme

- 1 Reconstruction de la première facette
 - Reconnaissance surfel par surfel



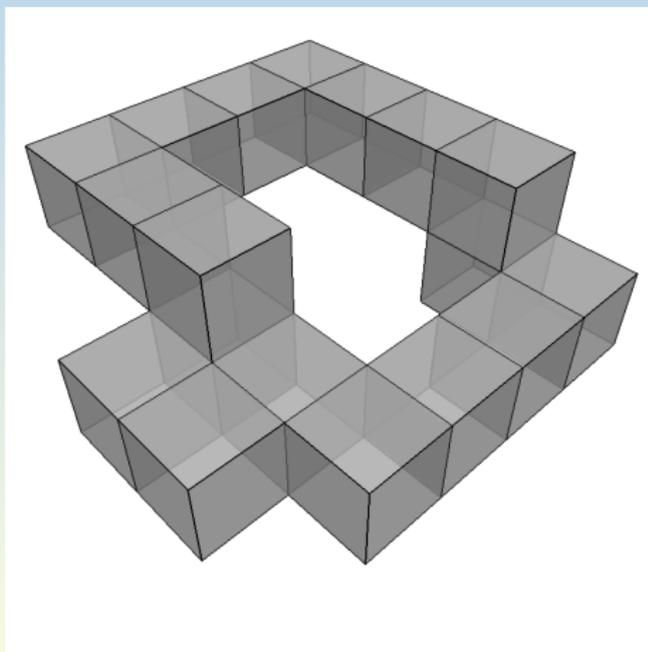
Préimage généralisée



Notre méthode

Déroulement de l'algorithme

- 1 Reconstruction de la première facette
 - Extraction de courbe et polygonalisation de face



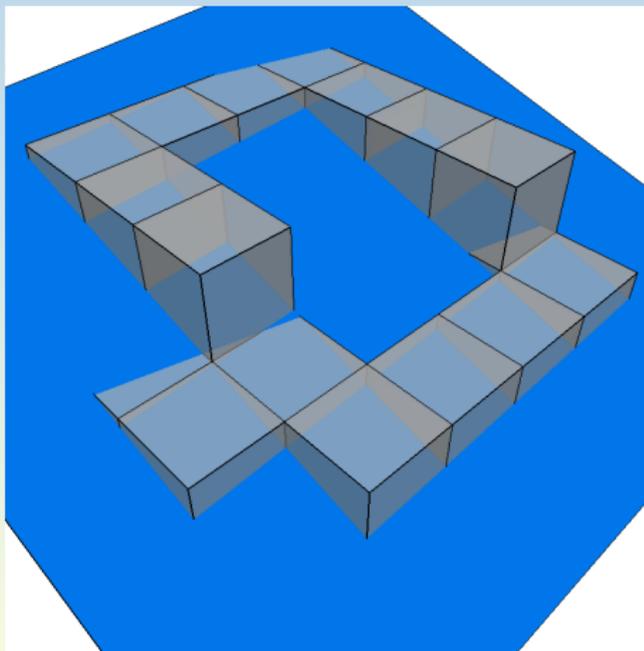
Préimage généralisée



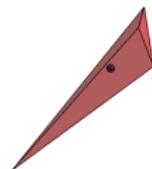
Notre méthode

Déroulement de l'algorithme

- 1 Reconstruction de la première facette
 - Extraction de courbe et polygonalisation de face



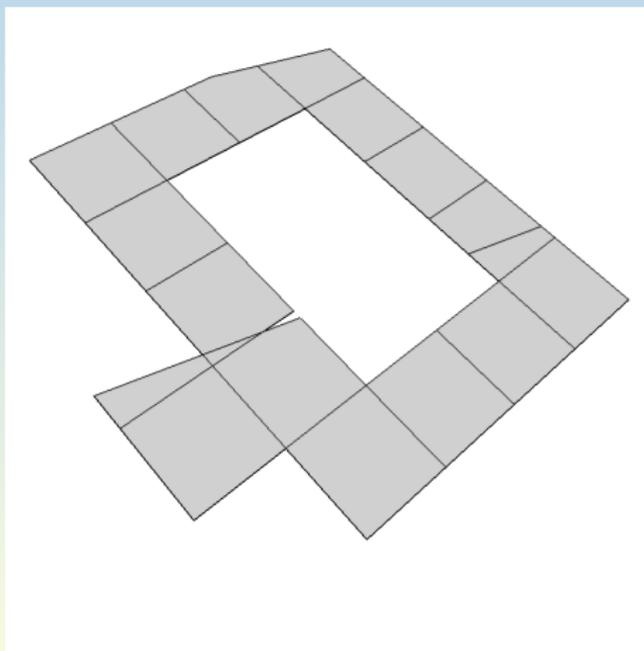
Préimage généralisée



Notre méthode

Déroulement de l'algorithme

- 1 Reconstruction de la première facette
 - Extraction de courbe et polygonalisation de face



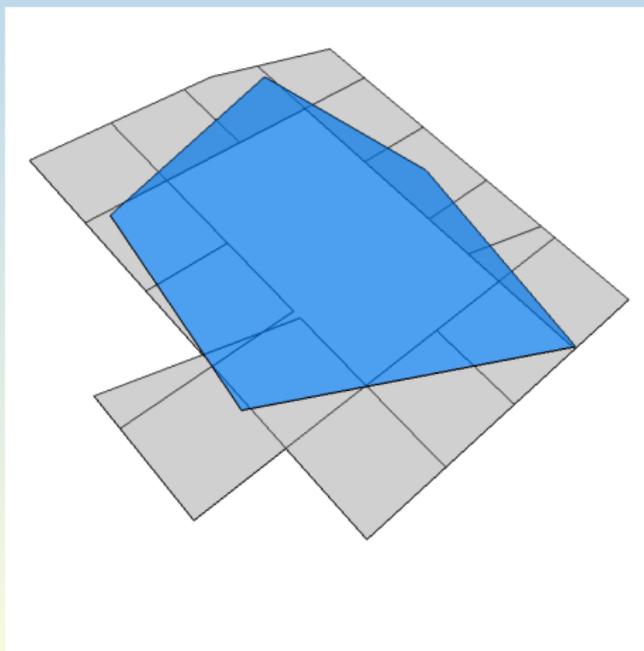
Préimage généralisée



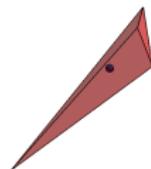
Notre méthode

Déroulement de l'algorithme

- 1 Reconstruction de la première facette
 - Extraction de courbe et polygonalisation de face



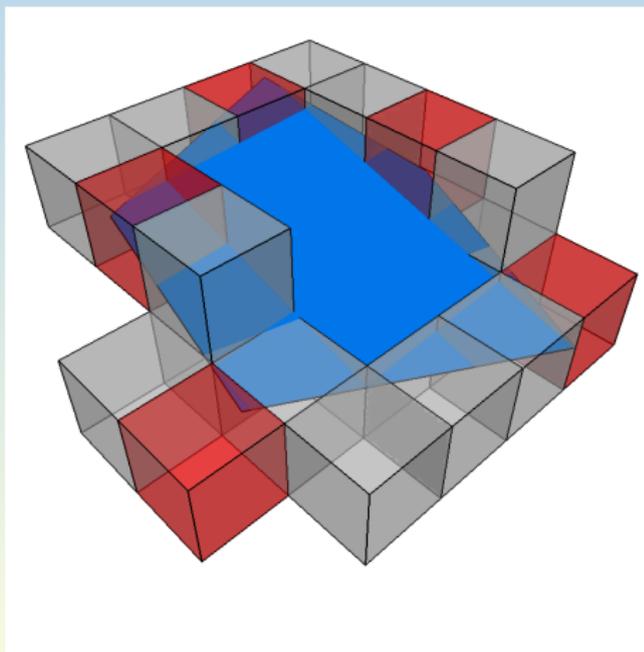
Préimage généralisée



Notre méthode

Déroulement de l'algorithme

- 1 Reconstruction de la première facette
 - Matérialisation des contraintes



Préimage généralisée



Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2
Dimension 3

Un modèleur
géométrique
d'objets discrets

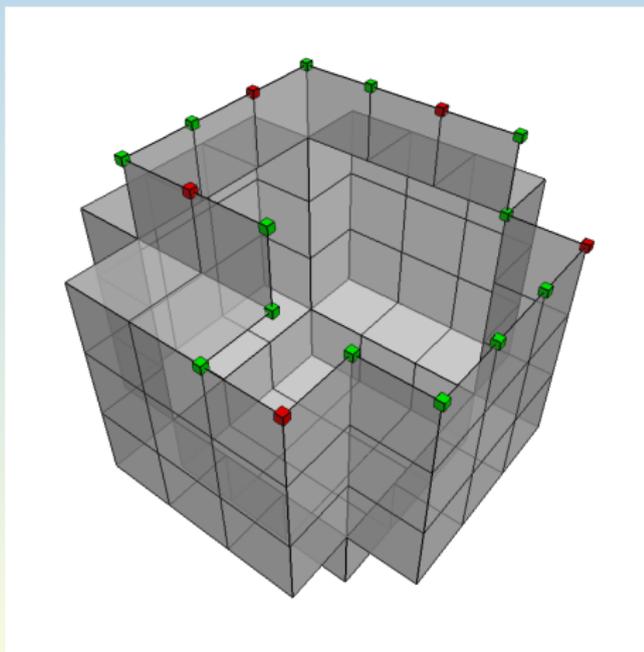
Conclusions et
perspectives

Notre méthode

Déroulement de l'algorithme

1 Reconstruction de la première facette

■ Matérialisation des contraintes



Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

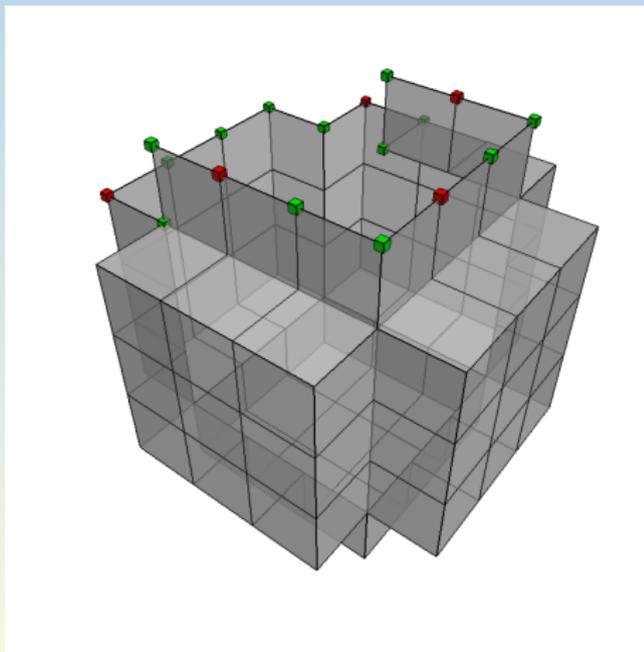
Un modèleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

Notre méthode

Déroulement de l'algorithme

2 Reconstruction de la facette suivante



Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Prémage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

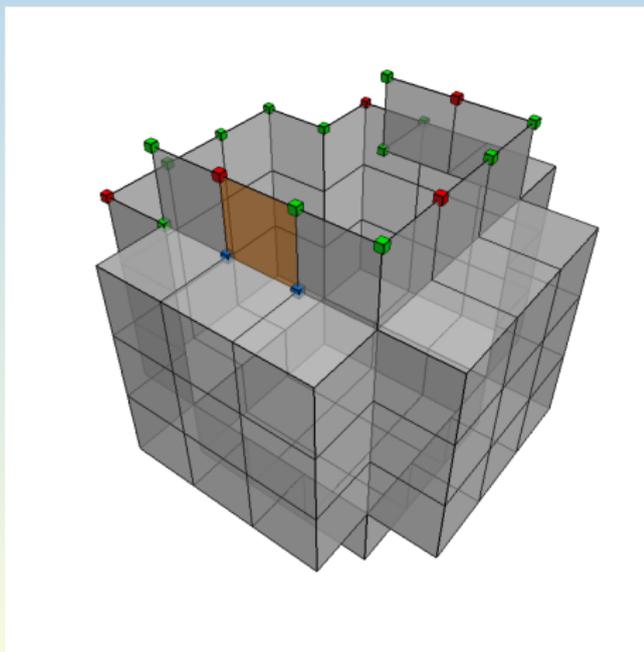
Conclusions et
perspectives

Notre méthode

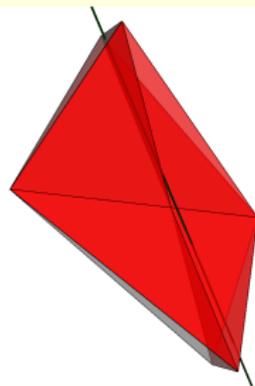
Déroulement de l'algorithme

2 Reconstruction de la facette suivante

■ Reconnaissance contrainte



Préimage généralisée

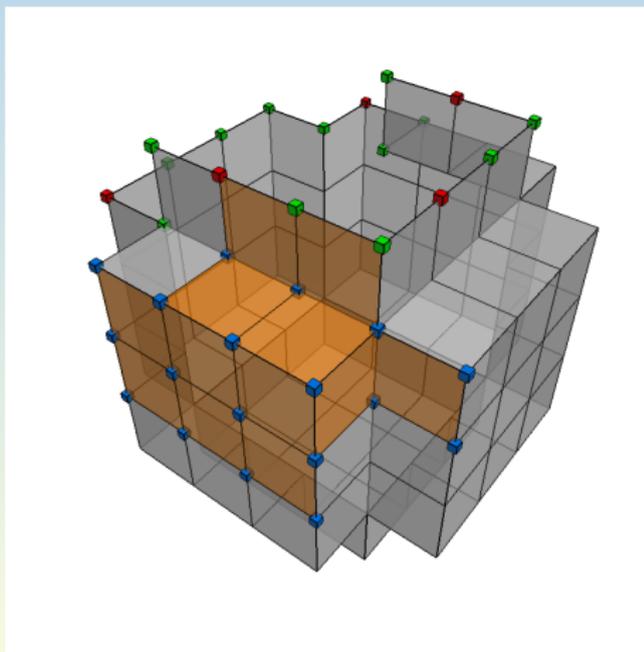


Notre méthode

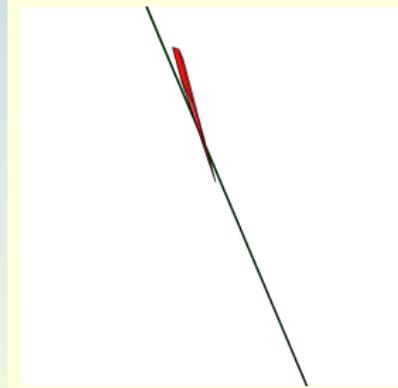
Déroulement de l'algorithme

2 Reconstruction de la facette suivante

■ Reconnaissance contrainte



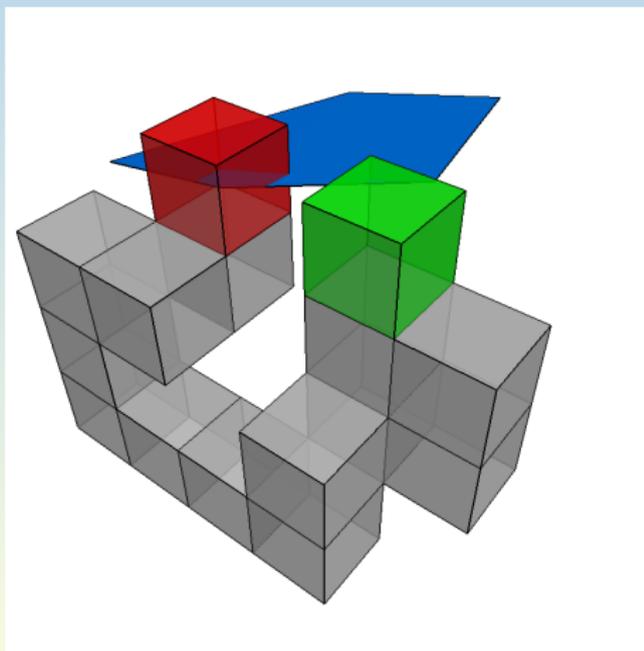
Préimage généralisée



Notre méthode

Déroulement de l'algorithme

- 2 Reconstruction de la facette suivante
 - Extraction de courbe et polygonalisation de face



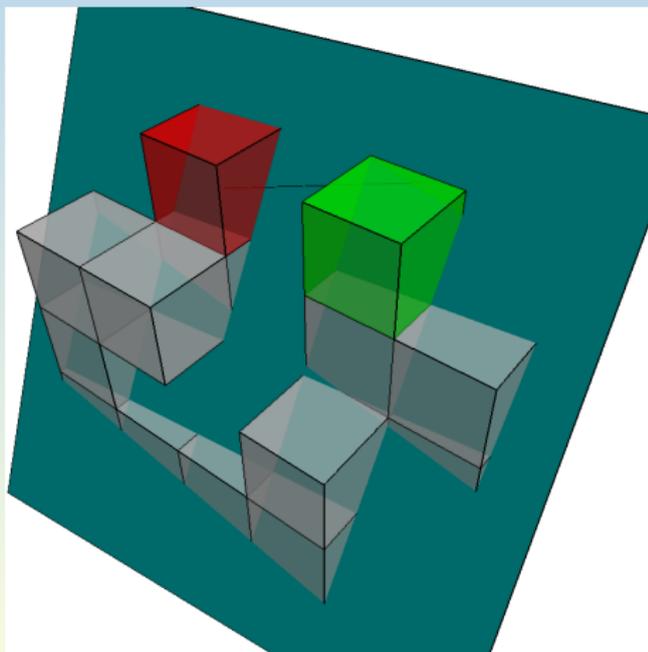
Préimage généralisée



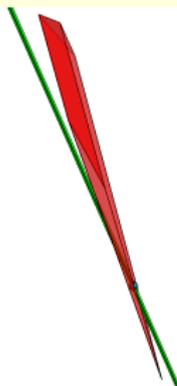
Notre méthode

Déroulement de l'algorithme

- 2 Reconstruction de la facette suivante
 - Extraction de courbe et polygonalisation de face



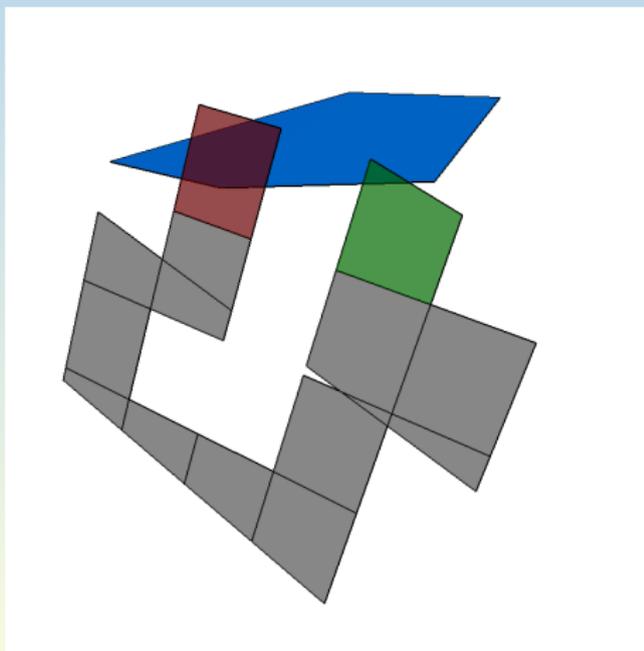
Préimage généralisée



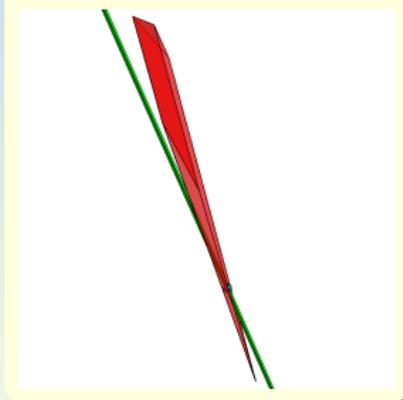
Notre méthode

Déroulement de l'algorithme

- 2 Reconstruction de la facette suivante
 - Extraction de courbe et polygonalisation de face



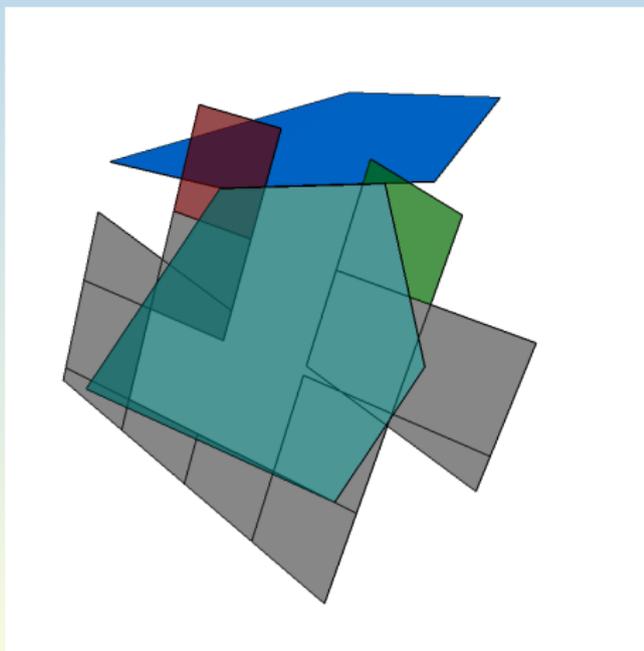
Préimage généralisée



Notre méthode

Déroulement de l'algorithme

- 2 Reconstruction de la facette suivante
 - Extraction de courbe et polygonalisation de face



Préimage généralisée

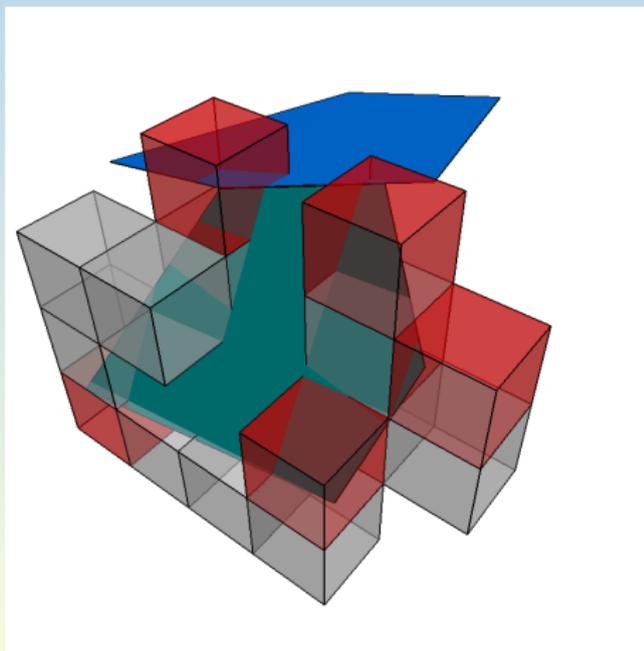


Notre méthode

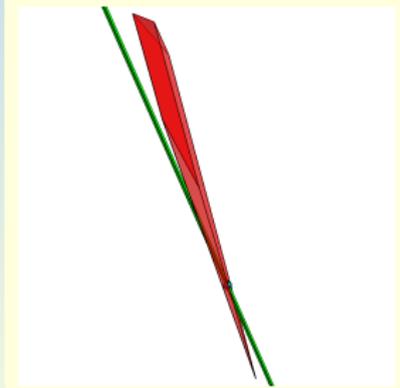
Déroulement de l'algorithme

2 Reconstruction de la facette suivante

■ Matérialisation des contraintes



Préimage généralisée



Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

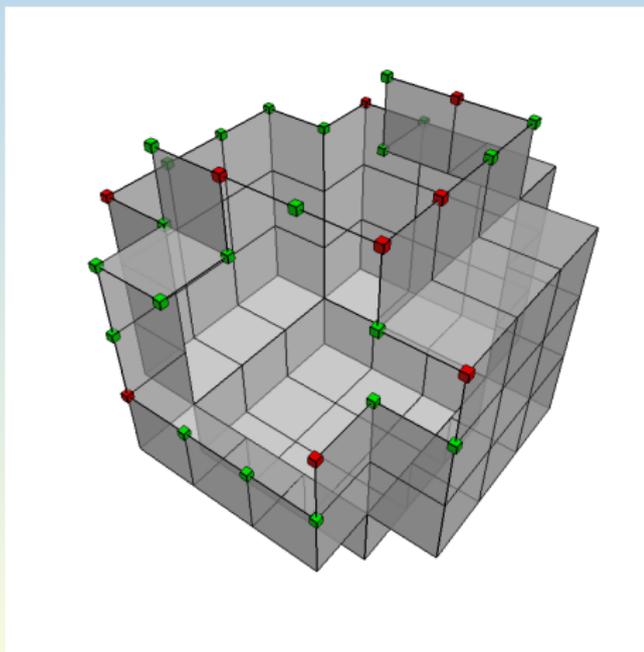
Conclusions et
perspectives

Notre méthode

Déroulement de l'algorithme

2 Reconstruction de la facette suivante

■ Matérialisation des contraintes



Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Prémage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

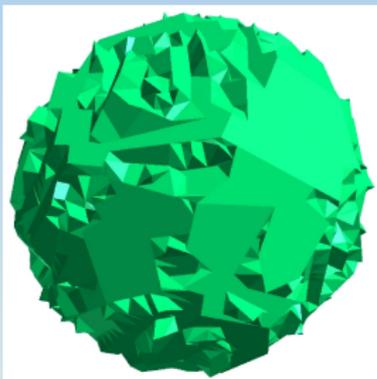
Dimension 2

Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

Résultats



- + Faces connexes
- - Objets visuellement peu satisfaisants

Données traitées	Dimensions	Nombre de points discrets	MC		RAD	
			# sommets	# faces	# sommets	# faces
Sphère	33^3	4824	5212	10420	3013	3472
Lapin	$80 \times 79 \times 62$	22056	23105	46204	14037	16456
Dragon	$206 \times 146 \times 94$	110938	114552	229096	73649	87182

Reconstruction analytique inversible de volumes discrets

Bilan

Reconnaissance de primitives discrètes

Dual d'un hypervoxel

Prémimage généralisée

Reconnaissance Standard

Reconstruction analytique inversible de courbes et volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modèleur géométrique d'objets discrets

Conclusions et perspectives

Algorithme de reconstruction analytique

- Surface de volumes discrets 2-connexes
- Inversible pour le modèle Standard
- Faces connexes



DEXET M., CŒURJOLLY D., ANDRES E.

Invertible Polygonalization of 3D Planar Digital Curves and Application to Volume Data Reconstruction

International Symposium on Visual Computing, LNCS 4292, pp. 514-523, Lake Tahoe, Nevada, 2006

Plan de la présentation

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modèleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

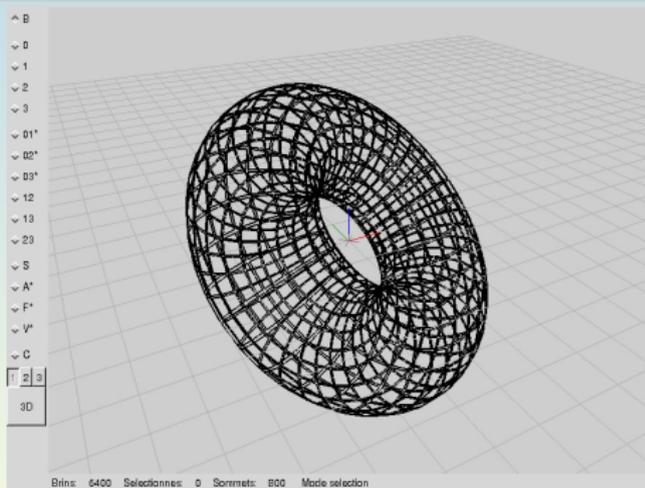
- 1 Reconnaissance de primitives discrètes
- 2 Reconstruction analytique inversible de courbes et volumes discrets
- 3 Un modèleur géométrique d'objets discrets**
- 4 Conclusions et perspectives

SpaMod : un modeleur d'objets discrets

Présentation

- Développé au sein du modeleur géométrique d'objets euclidiens **Moka**^a
- Basé sur un noyau topologique de **cartes généralisées** (Lienhardt - 1989)

^aSite web de Moka : <http://www.sic.sp2mi.univ-poitiers.fr/moka>



LIENHARDT P.

Subdivision of N-dimensional spaces and N-dimensional generalized maps

ACM Symposium on Computational Geometry, pp. 228-236, Saarbrücken, Germany, 1989

SpaMod : un modeleur d'objets discrets

Les représentations

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

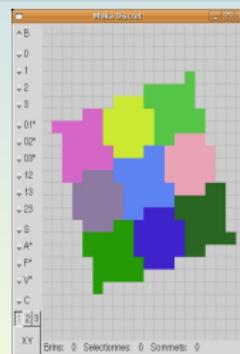
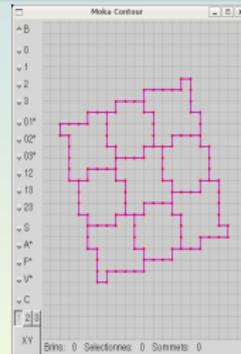
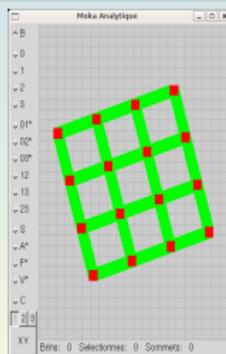
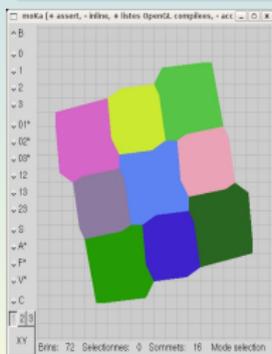
Dimension 2
Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

4 représentations d'un **même objet** coéxistantes à l'intérieur du modeleur

- 1 représentation euclidienne
- 3 représentations discrètes :
 - Analytique discrète
 - Contours discrets (inter-pixel/inter-voxel)
 - Discrète classique (pixels/voxels)



SpaMod : un modelleur d'objets discrets

La structure hiérarchique

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

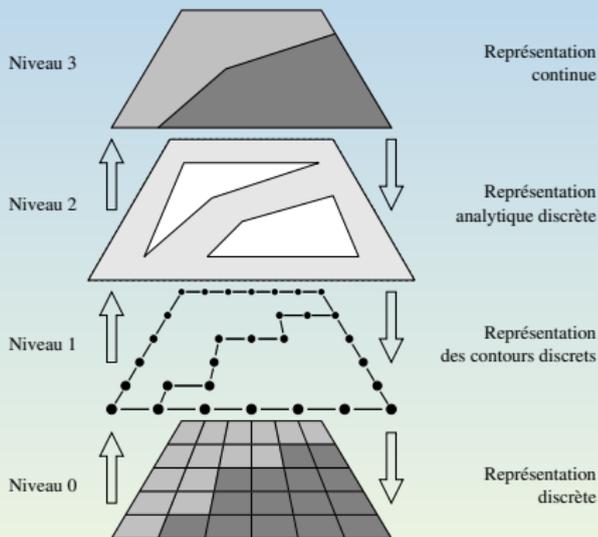
Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2
Dimension 3

Un modelleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives



- 4 niveaux (représentations)
- Liaisons entre niveaux (cohérence de la structure)

Opérations développées

- Construction des niveaux (géométrie et topologie)
 - Discrétisation
 - Reconstruction
- Mise en place des liaisons

SpaMod : un modeleur d'objets discrets

Exemple : vue discrète



Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Prémage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

SpaMod : un modeleur d'objets discrets

Exemple : contours discrets

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

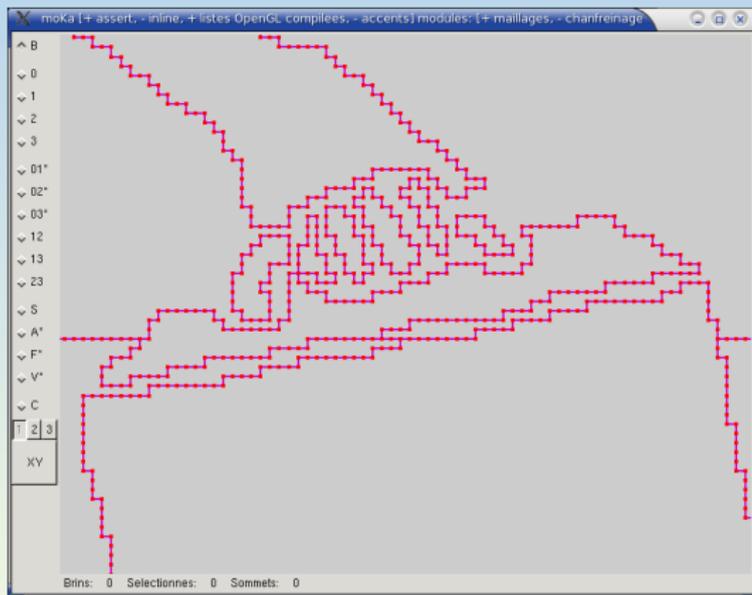
Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives



SpaMod : un modeleur d'objets discrets

Exemple : représentation analytique discrète

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

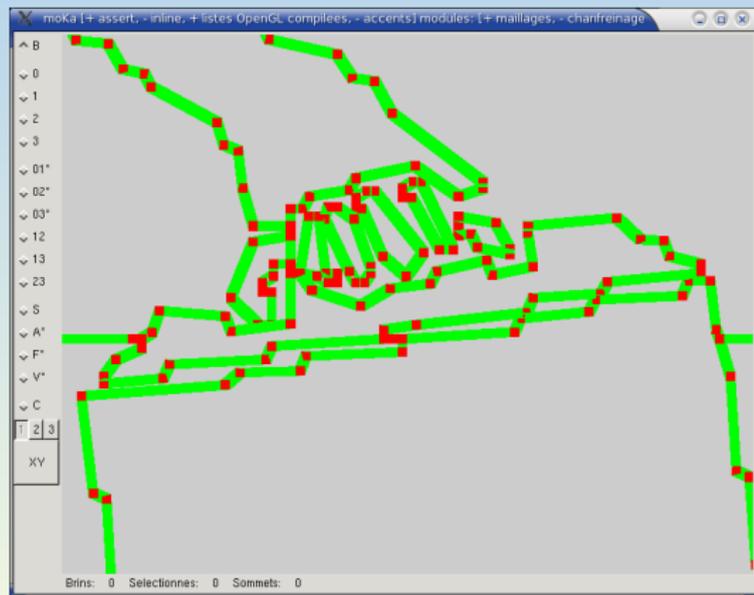
Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives



SpaMod : un modeleur d'objets discrets

Exemple : objet euclidien

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

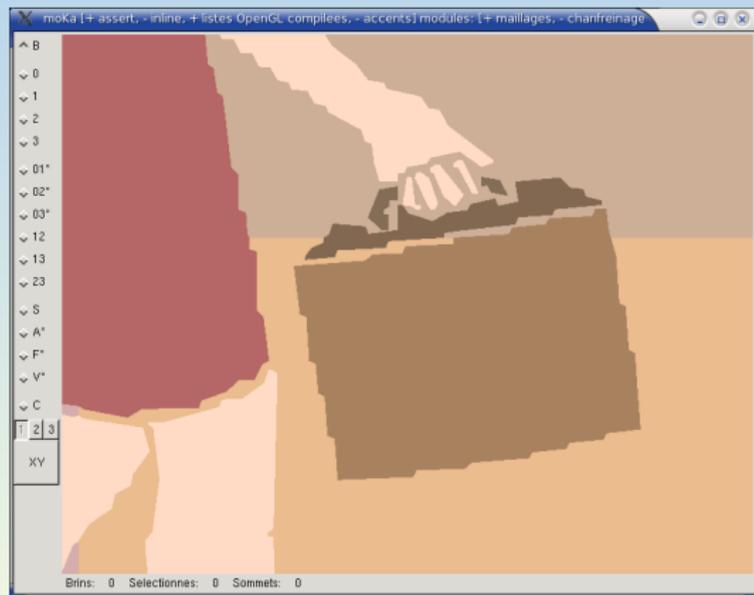
Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

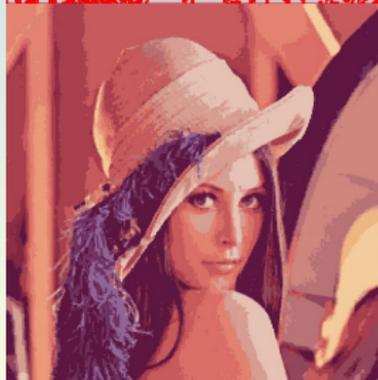
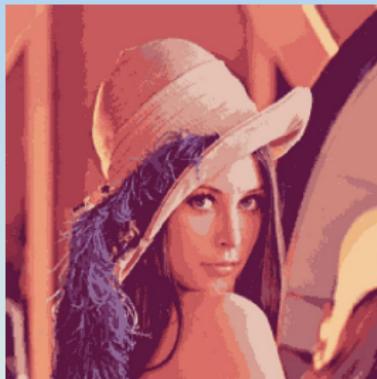
Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives



SpaMod : un modeleur d'objets discrets

Exemple



Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Prémage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

Plan de la présentation

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

- 1 Reconnaissance de primitives discrètes
- 2 Reconstruction analytique inversible de courbes et volumes discrets
- 3 Un modeleur géométrique d'objets discrets
- 4 Conclusions et perspectives

Reconnaissance de primitives discrètes

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2
Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

Contributions

- **Préimage généralisée** de polytopes
- Algorithme de reconnaissance d'hyperplans Standard

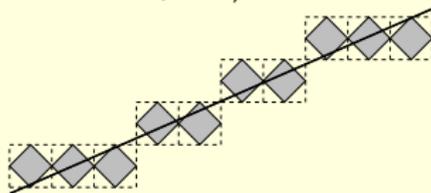
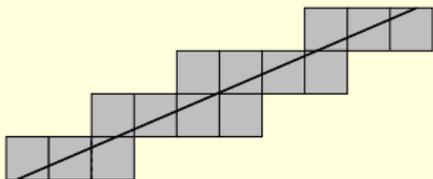
Applications et perspectives

Reconnaissance de primitives discrètes

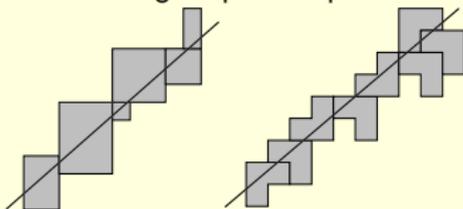
Contributions

Applications et perspectives

■ Autres modèles de discrétisation (Supercouverture, Naïf)



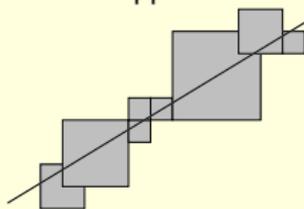
■ Pavages quelconques



convexes

concaves

■ Autres applications (objets flous)

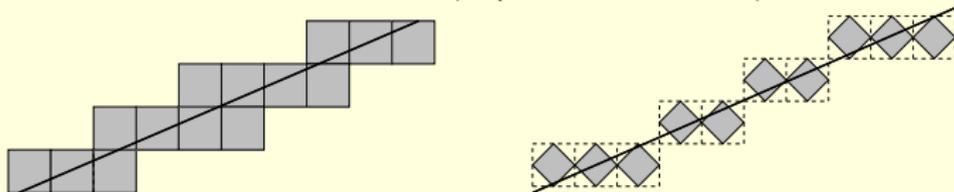


Reconnaissance de primitives discrètes

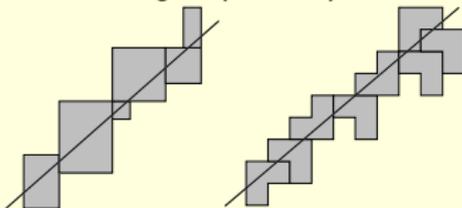
Contributions

Applications et perspectives

■ Autres modèles de discrétisation (Supercouverture, Naïf)



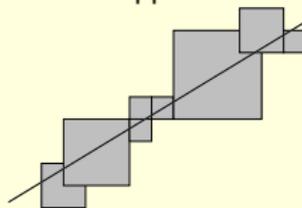
■ Pavages quelconques



convexes

concaves

■ Autres applications (objets flous)



- Reconnaissance de cercles discrets (définition d'une préimage généralisée pour les cercles) - en collaboration avec Jean-Luc TOUTANT, LIRMM, Montpellier

Reconnaissance de primitives discrètes

Dual d'un hypervoxel

Préimage généralisée

Reconnaissance Standard

Reconstruction analytique inversible de courbes et volumes discrets

Dimension 2
Dimension 3

Un modèleur géométrique d'objets discrets

Conclusions et perspectives

Reconstruction analytique inversible 2D

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Prémage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

Contribution

- Algorithme de reconstruction analytique inversible de courbes 1-connexes (modèle Standard)

Applications et perspectives

- Application aux pavages quelconques

Reconstruction analytique inversible 3D

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2

Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

Contributions

- Algorithme de reconstruction analytique inversible de volumes 2-connexes (modèle Standard)

Perspectives

- Amélioration de l'aspect des objets
 - Méthode de propagation de surfels (régularité de la surface)
 - Choix du plan solution (surface plus lisse)
 - Obtention de faces convexes
- Nouvelle méthode de reconstruction (extension de notre méthode 2D)
 - Plans fixés et arêtes non fixées
 - Plans et arêtes non fixés

Le modeleur géométrique d'objets discrets SpaMod

Reconnaissance
de primitives
discrètes

Dual d'un
hypervoxel

Préimage
généralisée

Reconnaissance
Standard

Reconstruction
analytique
inversible de
courbes et
volumes discrets

Dimension 2
Dimension 3

Un modeleur
géométrique
d'objets discrets

Conclusions et
perspectives

Contributions

- Noyau de modeleur géométrique
 - Une structure hiérarchique
 - Quatre représentations discrètes et euclidienne inter-dépendantes
 - Développé en dimension 2 (en cours de développement en dimension 3)



DEXET M., ANDRES E.

Hierarchical topological structure for the design of a discrete modeling tool
WSCG Full Papers Proceedings, pp. 1-8, Plzen, Czech Republic, 2006



DAMIAND G., DEXET M. ET AL.

Removal and contraction operations to define combinatorial pyramids : application to the design of a spatial modeler
Image and Vision Computing, 23(2), pp. 259-269, 2005

Perspectives

- Développement d'opérations discrètes (étude de leur propagation dans la structure)
- Intégration du multi-échelle

Architecture d'un modèleur géométrique à base topologique d'objets discrets et méthodes de reconstruction en dimensions 2 et 3

Martine DEXET

5 décembre 2006

Directeur de thèse : Éric ANDRES
Laboratoire SIC, Université de Poitiers

